Ausarbeitung Versuch 7 – Druckmessung

Meteorologisches Instrumentenpraktikum

von Michael Wack, Christoph Moder

1. Mittelwerte aller Messungen und der entsprechende Luftdruck
   a) Stadtklimastation (30.4.03 - 15.20 Uhr)
      Luftdruck (515m): 949,9 hPa
      Luftdruck (NN): 1007,8 hPa
      Lufttemperatur(2m): 24,0 °C
      Lufttemperatur(30m): 24,1 °C
   b) Hypsometer
      Da man die Werte auf der Skala des Thermometers direkt in hPa ablesen kann, ist deren Mittelwert auch der gesuchte Luftdruck: p=948,5 hPa
      Abweichung von der Station: 1,4 hPa = 0,14 %.
      Dafür, dass das Gerät laut Anleitung das letzte Mal 1943 geeicht wurde ist die Abweichung erstaunlich gering. Fehlerquellen: andere Messhöhe als die Station, Veränderungen der Materialeigenschaften des Thermometers durch das hohe Alter.
   c) Quecksilberbarometer
      gemittelter Messwert: p_n=715,4 Torr

      Temperaturkorrektur: $\frac{\rho}{\rho_n} = \frac{1}{1+1{,}63 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 25{,}0\,°\mathrm{C}} = 0{,}995941538$

      Schwerekorrektur:

      $$\frac{g}{g_n} = 1 - 2{,}59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot 48°\, 09') - 1{,}96 \cdot 10^{-7} \cdot 517\,\mathrm{m} = 1{,}00018288$$

      wirklicher Luftdruck: $p = p_n \cdot \frac{\rho \cdot g}{\rho_n \cdot g_n} = 712{,}6\,\mathrm{Torr} = 950{,}1\,\mathrm{hPa}$

      Abweichung von der Station: 0,2 hPa = 0,02 %
      Das Quecksilberbarometer wird seinem Ruf als sehr präzises Messgerät gerecht. Die dennoch auftretende Abweichung kann bereits durch einen Höhenunterschied von 2 m bei der Messung, die Änderung des Luftdrucks (Tagesgang oder Wetter) zwischen den beiden Messungen (~ 1 Stunde Unterschied) oder einem minimalen Eichfehler am Quecksilberbarometer (z.B. Veränderung der Meniskusoberfläche) hervorgerufen werden. Der Ablesefehler war durch den Nonius auf jeden Fall kleiner als 0,2 hPa.

      Reduktion auf NN bei 25 °C:

      $$T_m = 25\,°\mathrm{C} + 0{,}00325 \cdot 517\,\mathrm{m} = 26{,}7\,°\mathrm{C}$$

      $$p_0 = p + \Delta p = p \cdot e^{\frac{9{,}8081\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 517\,\mathrm{m}}{287{,}053\,\mathrm{m^2\,s^{-2}\,K^{-1}} \cdot (273+26{,}7)\,\mathrm{K}}} = 1007{,}8\,\mathrm{hPa}$$

      Reduktion auf NN bei 15 °C:

      $$T_m = 15\,°\mathrm{C} + 0{,}00325 \cdot 517\,\mathrm{m} = 16{,}7\,°\mathrm{C}$$

      $$p_0 = p + \Delta p = p \cdot e^{\frac{9{,}8081\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 517\,\mathrm{m}}{287{,}053\,\mathrm{m^2\,s^{-2}\,K^{-1}} \cdot (273+16{,}7)\,\mathrm{K}}} = 1009{,}8\,\mathrm{hPa}$$
   d) Dosenbarometer
      Praktikumsraum: p=955 hPa
      Keller: p=955,5 hPa

oberster Treppenabsatz: 953 hPa

Höhe des Treppenhauses:

$$\Delta z = \frac{-R_L \cdot T}{g \cdot p} \cdot \Delta p = \frac{-287{,}053\,\mathrm{m^2 s^{-2} K^{-1}} \cdot (273\,\mathrm{K} + 24\,\mathrm{K})}{9{,}8081\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 949{,}9\,\mathrm{hPa}} \cdot (953{,}0\,\mathrm{hPa} - 955{,}5\,\mathrm{hPa}) = 23\,\mathrm{m}$$

Fehlerabschätzung:

Die Fehlerfortpflanzung liefert für die relativen Fehler $r = u_x / x$:

$$r_{\Delta z} = \sqrt{r_T^2 + r_{\Delta p}^2 + r_p^2 + r_g^2}$$

Die relativen Fehler von t, p und g sind sehr gering, da die Wetterstation sicherlich ganz brauchbare Werte liefert und g durch eine empirische Formel bestimmt wird. Bleibt also nur der gemessene Druckunterschied als Fehlerquelle übrig. Mit einer geschätzten Messunsicherheit von $u_{\Delta p} = 0{,}5\,\mathrm{hPa}$ ergibt sich der relative Fehler der Druckmessung und gleichzeitig der der Höhendifferenz zu $r_{\Delta p} = r_{\Delta z} = 0{,}5/2{,}5 = 20\,\%$. Damit beträgt der absolute Fehler $\pm 5\,\mathrm{m}$.

Abweichung von der Station: 5 hPa = 0,5 %.

Auch hier ist der Fehler deutlich größer als die Ablesegenauigkeit und ist deshalb bei den Eigenschaften der Dose zu suchen. Aufgrund des hohen Alters könnte sich Materialermüdung durch eine stärkere Kompression der Dose und somit einem höheren angezeigten Wert bemerkbar machen. Denkbar wären auch Abnutzungen an der Mechanik zum Abnehmen der Längenänderungen an der Dose oder andere mechanische Beschädigungen.

e) Wasserbarometer

Länge der Wassersäule: $h = h_1 - h_2 = 9{,}31\,\mathrm{m} - 0{,}11\,\mathrm{m} = 9{,}20\,\mathrm{m}$

gemittelte Temperatur: $t = \dfrac{1/3 \cdot 21{,}5\,°\mathrm{C} + 2/3 \cdot 25{,}0\,°\mathrm{C}}{2} = 23{,}8\,°\mathrm{C}$

Dichte des Wassers: $\rho = \dfrac{0{,}999973 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}{1 + 4{,}47 \cdot 10^{-6}\,°\mathrm{C}^{-2} \cdot (23{,}8\,°\mathrm{C})^2} = 997{,}4\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$

Ortsfaktor: $g = 9{,}8063\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}00018288 = 9{,}8081\,\mathrm{m/s^2}$

Luftdruck: $p = \rho \cdot g \cdot h = 997{,}4\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot 9{,}8081\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 9{,}20\,\mathrm{m} = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s^2}} = 900{,}0\,\mathrm{hPa}$

Es sind zwei Ablesungen nötig, da es sich um eine metrische Skala und nicht um eine, um die Änderung der Füllhöhe des zweiten Schenkels korrigierte, handelt.

Abweichung von Station: 50 hPa = 5,3 %.

Keine der offensichtlichen Fehlerquellen (z.B. kein gutes Vakuum oben im Schlauch, Ausgasen von Luft aus dem Wasser, Mittelung der Temperatur zu ungenau) kann für eine derart große Abweichung verantwortlich sein. An der generellen Funktionsfähigkeit des Wasserbarometers kamen uns sowieso Zweifel, als wir feststellten, dass sich der Wasserstand einige Tage später bei einem um 6 hPa erhöhtem Luftdruck nicht verändert hatte.

2. Welcher geometrischen Höhe entsprechen 7000 gpm?

$$z[\mathrm{m}] = \frac{h[\mathrm{gpm}]}{g(\varphi, z)} = \frac{h[\mathrm{gpm}]}{g_n \cdot (1 - 2{,}59 \cdot 10^{-3} \cos(2\varphi) - 1{,}96 \cdot 10^{-7} \cdot z)}$$

Löst man diese Gleichung nach z auf, so erhält man eine quadratische Gleichung in z, die sich analytisch lösen lässt. Setzt man die entsprechenden Breitengrade ein, so bekommt man folgende Zahlenwerte:

a) am Südpol

$z = 7001\,\mathrm{m}$

b) am Äquator

$z = 7031\,\mathrm{m}$

3. Druck auf der Zugspitze

$T_m = 15\,°\mathrm{C} - 0{,}00325 \cdot (2962 - 517)\,\mathrm{m} = 7{,}1\,°\mathrm{C}$

$p_0 = p + \Delta p = 950\,\mathrm{hPa} \cdot e^{\frac{9{,}8081\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (517-2962)\,\mathrm{m}}{287{,}053\,\mathrm{m^2\,s^{-2}\,K^{-1}} \cdot (273+7{,}1)\,\mathrm{K}}} = 705\,\mathrm{hPa}$

Siedetemperatur: $\vartheta_p = 100 - 2{,}77 \cdot 10^{-2} \cdot (1013 - 705) - 1{,}24 \cdot 10^{-5} \cdot (1013 - 705)^2 = 90{,}3\,°\mathrm{C}$

4. Druck am Nordpol in NN, wenn bei -30 °C an einem Quecksilberbarometer 730 mm abgelesen werden.
   Das kommt darauf an, wie hoch der Nordpol und damit die Messstation wirklich liegt. Angenommen, die 730 mmHg sind auf NN gemessen, dann ergibt sich folgender Druck:

   Temperaturkorrektur: $\frac{\rho}{\rho_n} = \frac{1}{1 + 1{,}63 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K^{-1}} \cdot (-30{,}0\,°\mathrm{C})} = 1{,}00491403$

   Schwerekorrektur:

   $\frac{g}{g_n} = 1 - 2{,}59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot 90\,°) - 1{,}96 \cdot 10^{-7} \cdot 0\,\mathrm{m} = 1 + 2{,}59 \cdot 10^{-3} = 1{,}00259$

   wirklicher Luftdruck: $p = p_n \cdot \frac{\rho \cdot g}{\rho_n \cdot g_n} = 735{,}5\,\mathrm{Torr} = 980{,}6\,\mathrm{hPa}$