

5 Teilchenbeschleuniger

bestehen aus

- Teilchenquelle
- Beschleunigungsstruktur
- Elementen zur Ablenkung und Fokussierung des Strahls

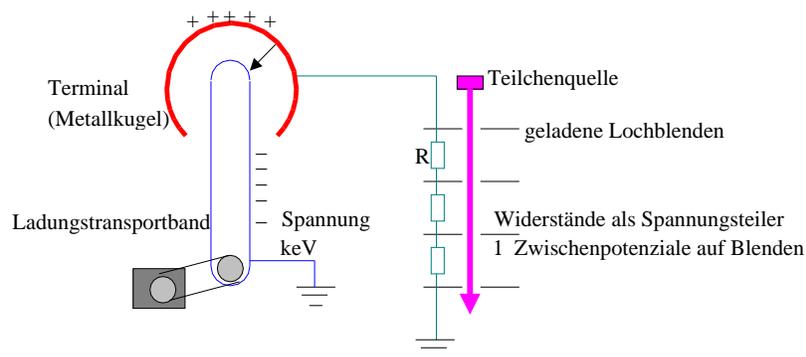
Beschleunigung beruht immer auf der Kraft von elektrischen Feldern auf Ladungen. Teilchen mit Ladung Ze werden beim Durchlaufen einer Potentialdifferenz U auf die Energie $E = ZeU$ beschleunigt.

Zwecke:

- Untersuchung der genauen Struktur subatomarer Teilchen (Beispiel: Kernformen)
- Erzeugung neuer (d.h. bislang unbekannter) Teilchen
- Erzeugung von Sekundärteilchen (z.B. Pionen, Muonen, Spallationsneutronen)
- Anwendungen in der Festkörperphysik (z.B. Ionenimplantation in Oberflächen)
- Anwendung in der Medizin (Bestrahlungstherapien)

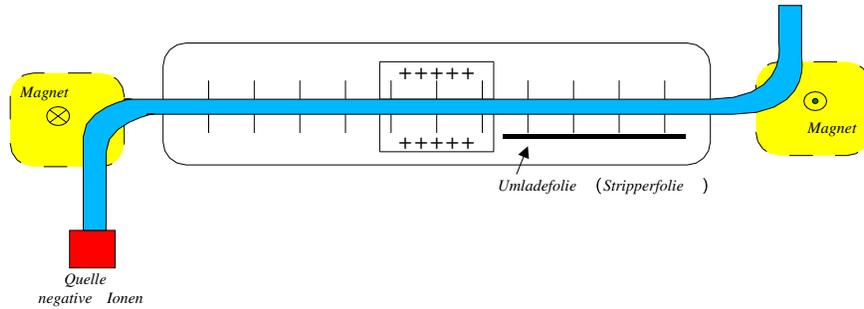
5.1 Elektrostatische Beschleuniger

5.1.1 Van-de-Graaf-Beschleuniger



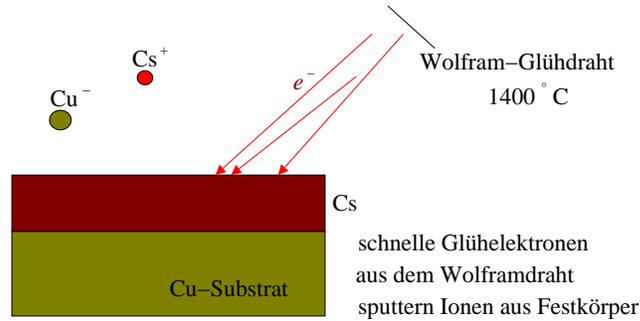
- Aufladung eines umlaufenden, isolierenden Bandes, mechanisches Abstreifen der Ladung am Terminal $\rightarrow U = \frac{Q}{C}$ bis 15 MV erreichbar
- Positive Ionen aus der Teilchenquelle auf Potential U durchlaufen im Beschleunigungsrohr die gesamte Potentialdifferenz zwischen Terminal und "Erde"

5.1.2 Tandem-van-de-Graaf-Beschleuniger



- Zweimalige Nutzung der Beschleunigungsspannung U
- Umladefolie erzeugt aus negativen Ionen durch Abstreifen von e^- positive Ionen. Für $Z \gg 1$ können hochgeladene Ionen erzeugt werden, die in der zweiten Beschleunigungsstufe auf bis einige MeV beschleunigt werden können.

Prinzip der Ionenquelle:



5.2 Betatron

(eine witzige Idee zur Teilchenbeschleunigung)

Grundidee (Kerst 1940) zeitabhängiges \vec{B} -Feld induziert ein \vec{E} -Feld, das zur Beschleunigung der Teilchen (e^-) verwendet werden kann.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

aus Stokes'schem Satz

$$2\pi r |\vec{E}| = \frac{d}{dt} (B_{av} \cdot \pi r^2)$$

(B_{av} : mittleres Magnetfeld innerhalb der Kreisbahn)

Mit (*) ergibt sich:

$$\Delta B_{av} = 2B_{orbit}$$

als Bedingung dafür, dass die Kreisbahn des e^- während der Beschleunigung denselben konstanten Radius behält.

Für konstanten Bahnradius gilt:

$$|\vec{E}| = \frac{r}{2} \frac{dB_{av}}{dt}$$

Kraft auf das Elektron (p: Drehimpuls)

$$\frac{dp}{dt} = q|\vec{E}| = \frac{qr}{2} \frac{dB_{av}}{dt}$$

$$\Delta p = \frac{qr}{2} \Delta B_{av} (*)$$

-> Die Erhöhung des e^- -Impulses ist proportional zur Änderung des Magnetfeldes B_{av} und zum Bahnradius r .

Andererseits:

Magnetfeld B_{orbit} auf der Kreisbahn bestimmt den Radius der Bahn gemäß:

$$qvB_{orbit} = m \frac{v^2}{r} = \frac{p}{r} v \rightarrow qr\Delta B_{orbit} = \Delta p$$

Mit (*) ergibt sich:

$$\Delta B_{av} = 2\Delta B_{orbit}$$

als Bedingung dafür, dass die Kreisbahn konstantes r hat.

Stabilitätsbedingungen (notwendige Bedingung): Bei Abweichung des Teilchens von seiner Sollbahn (Radius R_s) müssen rücktreibende Kräfte wirksam werden:

- radiale Stabilität:
 - $r < R_s$: Lorentzkraft < Fliehkraft
 - $r > R_s$: Lorentzkraft > Fliehkraft
 - $qB_{orbit}(r) = \frac{p}{r}$
 - > $B_{orbit}(r)$ muss schwächer als $\frac{1}{r}$ mit r abnehmen:
 - $B_{orbit}(r) \propto \frac{1}{r^n}$; $0 < n < 1 \rightarrow$ radiale Stabilität
- axiale Stabilität:
 - Rücktreibende Kraft in z-Richtung wird durch Krümmung der Feldlinien erreicht:
 - als (zusätzliche) hinreichende Bedingung müssen Schwingungen des Strahls um die Solllage (R_s) genügend stark gedämpft werden.

5.3 Zyklotron

Idee (Lawrence 1929): vielfaches Durchlaufen der geladenen Teilchen eines beschleunigenden \vec{E} -Feldes.

Gleichgewicht aus Lorentz- und Fliehkraft bestimmt den Bahnradius: $qvB = m \frac{v^2}{r} = mv\omega \rightarrow \omega_c := \frac{qB}{m}$ "Zyklotronfrequenz" ist unabhängig von Bahnradius, Teilchenenergie und -impuls.

Teilchen werden durch das \vec{E} -Feld im Spalt zwischen den zwei "D"-förmigen Halbschalen beschleunigt. Im Inneren der "D"s ist das Feld schwach (Faraday-Effekt). Durch periodisches Umladen der "D"s mit Frequenz $\omega_{h.f} = \omega_c$ gewinnen die Teilchen bei jedem Spaltdurchtritt Energie.

Maximale Energie (nichtrelativistisch)

$$E_{max} = \frac{p_{max}^2}{2m_0} = \frac{q^2 r_{max}^2 B^2}{2m_0}$$

ist durch B und r_{max} bestimmt und im Prinzip (Betaoszillationen!) nicht durch das beschleunigende \vec{E} -Feld zwischen den "D"s.

Umlauffrequenz für Protonen (nichtrelativistisch)

$$f = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m_0} = 15,2 \text{ MHz} \cdot B[T]$$

Typische Protonenenergie (relativ kleines Zyklotron) ist 20 MeV. Teilchenströme der Größenordnung mA sind möglich ($10^{16} \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}$)

Problem: ω_c ist nur im nichtrelativistischen Grenzfall konstant

$$(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \approx 1)$$

$$\omega_c = \frac{qB}{m} = \frac{qB}{\gamma m_0} \text{ (wg. "relativistischem Massenanstieg")}$$

-> Zyklotron für Beschleunigung von Elektronen ungeeignet. Zyklotrons werden für Protonen (Ionen) benutzt.

Auswegmöglichkeiten:

1. Variation von ω_{hf} ("Synchrozyklotron")
2. $B(r)$ steigt mit r an ("Isochronzyklotron", Teilchenumlauf bleibt synchron mit ω_{hf})
-> Protonenstrahlen mit mehreren 100 MeV erzeugbar.

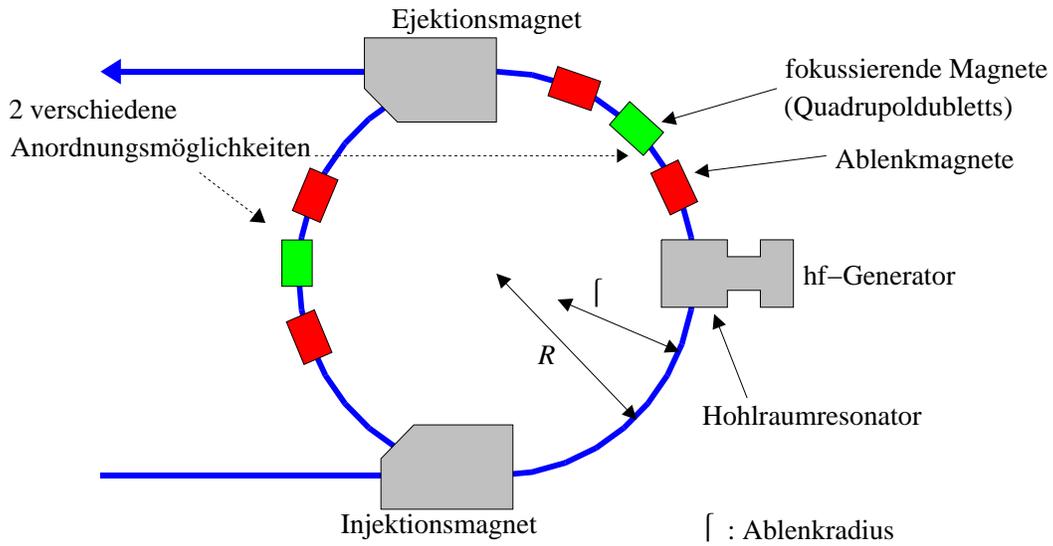
Beispiel: Isochronzyklotron des Paul-Scherer Instituts PSI mit

- 1,5 mA Strahlstrom
- 590 MeV Protonenenergie
- www.psi.ch

5.4 Synchrotron

Idee (Vekler, Mc Millan 1945) synchrone Veränderung der Frequenz $\omega_{hf}(t)$ des beschleunigenden \vec{E} -Feldes und des Magnetfeldes $\vec{B}(t)$, so dass die Teilchen auf einer vorgegebenen Bahn gehalten werden.

Das Synchrotron stellt eine Weiterentwicklung des Zyklotrons (Synchrozyklotron) dar. Das Synchrotron beschleunigt Teilchenpakete ("bunches")



Betriebsbedingungen: Umlaufzeit der Teilchen: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi RE}{|\vec{p}|c^2} (\beta = \frac{v}{c} = \frac{|\vec{p}|c}{E})$

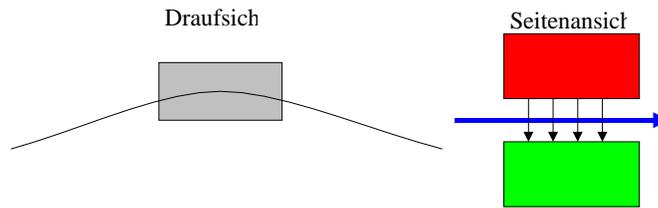
Kreisfrequenz: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{|\vec{p}|c^2}{RE}$ (*)

ω_{hf} muss ein ganzzahliges Vielfaches k von ω sein, damit die Teilchen im richtigen Moment angeschoben werden. ω wächst mit der Energie, bis die Teilchen völlig relativistisch sind, also $|\vec{p}|c = E$ und damit $\omega = \frac{c}{R}$ gilt.

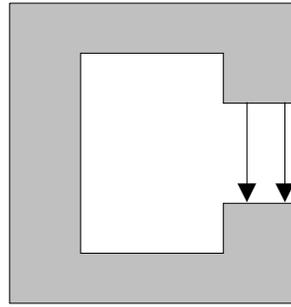
Weiterhin muss gelten: $B = \frac{|\vec{p}|}{qe}$ (**) (aus Fliehkraft = Lorentzkraft)

Die Bedingungen (*) und (**) müssen simultan erfüllt sein.

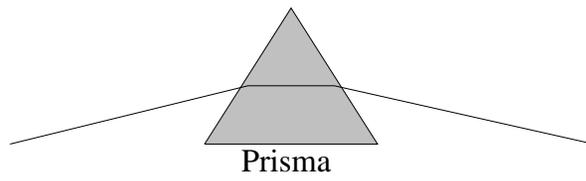
Strahloptik Dipolmagnete zur Ablenkung:



Realisierungsmöglichkeit

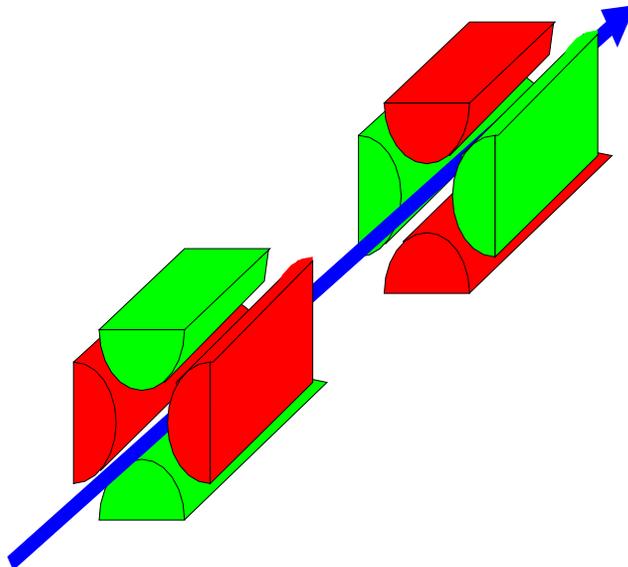


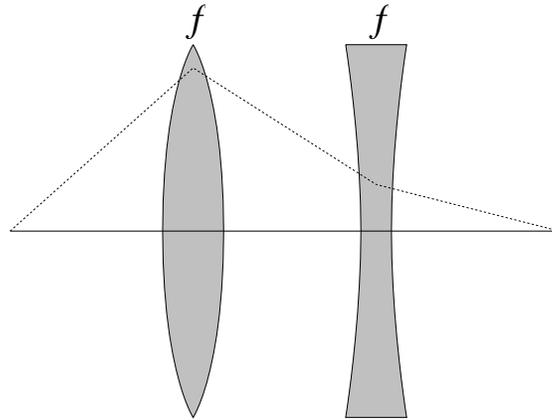
optisches Analogon:



Quadrupole zur Fousierung:

Dublett:





wirkt wie eine Sammellinse mit Brennweite $f_{gesamt} = \frac{f^2}{d}$

Phasenstabilität: Problem: Teilchen bewegen sich auf unterschiedlichen Bahnen (im Idealfall auf der Sollbahn)

- unterschiedliche Weglängen beim Umlauf im Kreis
- unterschiedliche Phasenlage ϕ des Eintreffens der Teilchen im Hohlraumresonator bzgl. ω_{hf}
- unterschiedliche Energieüberträge ΔE auf die Teilchen im Resonator.

a) Teilchen zu früh \rightarrow mehr Beschleunigung \rightarrow größerer Bahnradius \rightarrow Teilchen kommt in folgenden Umlauf etwas später

b) Teilchen zu spät \rightarrow weniger Beschleunigung \rightarrow kleinerer Radius \rightarrow Teilchen kommt etwas früher

\rightarrow stabile Phasenlage auf der abfallenden Flanke der hf !

Dieses Verhalten nennt man "schwache Fokussierung"

Beispiele für Hochenergiesynchrotrons:

- SPS (Super Proton Synchr.) am CERN
 $B_{max} = 1,4 T, R = 1,1 km, |\vec{p}_{max}| = 450 \frac{GeV}{c}$
- LHC (Large Hadron Collider, geplant)
 $B_{max} = 5,4 T, R = 1,1 km, |\vec{p}_{max}| = 450 \frac{GeV}{c}$
- LEP II (abgeschaltet) $|\vec{p}_{max}| = 100 \frac{GeV}{c}$

generelles Problem von Ringbeschleunigern: (Radial)beschleunigte Ladung strahlt elektromagnetische Strahlung ab ("Synchrotronstrahlung")

$\Delta E_{synch} \propto \frac{E^4}{m^4} \cdot \frac{1}{R}$ ΔE_{synch} : pro Umlauf abgestrahlte Energie.

$$m_e = \frac{m_p}{2000}$$

$$\rightarrow \Delta E_{synch,e} = 1,6 \cdot 10^{13} \Delta E_{synch,p}$$

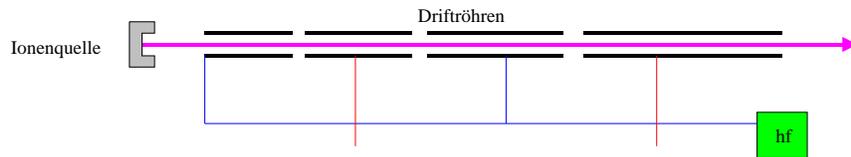
$$\rightarrow \Delta E_{hf} = \Delta E_{synch,e} \text{ limitiert Maximalenergie}$$

Auswegmöglichkeiten:

- hohe hf Leistung
- großer Bahnradius

5.5 Linearbeschleuniger

Protonenlinac:



- beschleunigende \vec{E} -Felder zwischen den Driftröhren (im Inneren Feldfreiheit nach Faraday)
- Länge der Röhren angepasst an die zunehmende Geschwindigkeit
- typische Energien für Protonenlinac: 100 MeV
- Nutzung als Vorbeschleuniger für Synchrotrons
- Elektronen sind schon bei sehr kleiner Energie relativistisch
- hf-Strukturen (“Runzelröhren”) erzeugen Beschleunigung durch Wanderwellen, analog zum Wellenleiter.

5.6 Collider

Zur Erzeugung neuer Teilchen in relativistischen Teilchenkollisionen.

Nutzbare Energie (“Schwerpunktenergie”) ist bei stationären Target (a \rightarrow b)

$$W = \sqrt{S} = \sqrt{2E_a m_b c^2} \propto \sqrt{E_a} \text{ (Übungsaufgabe)}$$

Bei Kollision zweier Teilchen im Schwerpunktsystem (a \rightarrow \leftarrow b)

$$W = \sqrt{S} = E_a + E_b$$

Idee des Colliders: im Laborsystem **ruhender** Schwerpunkt. Teilchen gleicher Masse, aber entgegengesetzter Ladung werden in einem Ring gegeneinander beschleunigt und bei ihrer Endenergie gespeichert.

e^+e^- (LEP II) 2x100 GeV

$p\bar{p}$ (FNAL) 2x0,9 TeV

pp (LHC) 2x7 TeV

Problem: Die Luminosität

$$L = f \cdot n \cdot \frac{N_1 N_2}{A}$$

f : Umlauffrequenz

A : Strahlquerschnitt

N_1, N_2 : Teilchenzahl in den Strahlpaketen

n : Anzahl der Teilchenpakete im Ring

ist bei Collidern “recht klein”: typisch: $10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (FNAL); angestrebt für LHC $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$