

Zusammenfassung des Praktikums

# Geophysik-Seismik

Prof. Gebrande  
LMU München  
WS 2003/2004

12. Februar 2004

von Christoph Moder  
<http://www.skriptweb.de>

Hinweise (z.B. auf Fehler) bitte per eMail an uns: [mail@skriptweb.de](mailto:mail@skriptweb.de) – Vielen Dank.

# 1 Seismometer

## 1.1 Aufbau

Seismograph = Seismometer + Registrierung

Ein Trägheitsseismometer besteht aus einer trägen Masse, einer rückstellenden Kraft (typischerweise Feder), einer Dämpfung (typischerweise Wirbelstrombremse oder Paddel in Flüssigkeit), und einer Messeinheit. Weitere Seismometertypen sind das *Deformationsseismometer (Strainseismometer)* und das *Hydrophon* (d.h. ein Druckaufnehmer).

Schwingungsperiodendauer für eine Spiralfeder:  $T = 2\pi\sqrt{m/l}$

Um z.B. eine Periode von 20 Sekunden zu erreichen, müsste die Feder  $l = 100\text{m}$  lang sein (Masse: 1t); daher muss man verschiedene Tricks anwenden, um die Periodendauer zu verlängern, z.B. indem man die Feder über einen Hebel an der Masse angreifen lässt (Hebelarm der Masse größer als der der Feder), oder durch Verwendung eines Horizontalpendels.

## 1.2 Messeinheit

In der Messeinheit sind folgende Techniken möglich:

- *Kapazitive Wegaufnehmer*: Plattenkondensator, bei dem sich die Kapazität mit dem Plattenabstand ändert
- *Induktive Wegaufnehmer*: Ein Weicheisenkern bewegt sich in einem Transformator, der mit ca. 1000Hz gespeist wird; die Spannung an der Sekundärspule hängt von der Position des Weicheisenkerns ab.
- *Elektrodynamische Wegaufnehmer*: Ein Magnet bewegt sich in einer Induktionsspule; im Gegensatz zum induktiven Wegaufnehmer ist die Induktionsspannung nicht proportional zur Position, sondern zur Geschwindigkeit.

Bei elektrodynamischen Wegaufnehmern stellt die *Generatorkonstante* den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und induzierter Spannung her:

$$U_{ind} = G \cdot \dot{z}(t)$$

## 1.3 Störsignalunterdrückung

Zur Störsignalunterdrückung bei elektrodynamischen Wegaufnehmern verwendet man zwei entgegengesetzt gewickelte Spulen. Ein magnetisches Störfeld erzeugt in beiden Spulen entgegengesetzte Spannungen, die sich somit kompensieren, während sich die durch den Magneten induzierten Spannungen addieren.

Eine ähnliche Technik ist bei Hydrophonen möglich, indem man das Signal von zwei Membranen, die sich auf entgegengesetzten Seiten des Hydrophons befinden, aufnimmt. Bei Strömung werden beide Membranen in die gleiche Richtung bewegt, wodurch sich das Signal auslöscht, während bei einer Druckänderung beide Membranen gleichzeitig nach innen bzw. außen bewegt werden, also in entgegengesetzte Richtungen, was das Signal maximiert.

Auch durch die Anordnung der Geophone lassen sich bestimmte unerwünschte Signale unterdrücken. Wenn die Wellenlänge einer Geophongruppe gleich einem ganzzahligen Vielfachen der scheinbaren Wellenlänge des Störsignals ist, heben sich die Beiträge der einzelnen Geophone auf, am Ausgang erscheint kein Signal. So kann man z.B. Oberflächenwellen unterdrücken (die genauen Wellenlängen müssen vorher durch Probeschüsse ermittelt werden); die reflektierten Wellen fallen fast senkrecht von unten ein und haben deshalb sehr große scheinbare Wellenlängen, weshalb sie nicht gefiltert werden (die Geophone registrieren sie gleichphasig, die Signale addieren sich).

## 1.4 Resonanzfrequenz und Dämpfung

Die Dämpfung ist nötig, damit ein Erdstoß das Seismometer nicht längere Zeit schwingen lässt, sondern möglichst nur zu einer Schwingung führt. Die Resonanzfrequenz soll möglichst niedrig gewählt werden, damit die Erdbebenwellen im Frequenzbereich oberhalb der Resonanzfrequenz liegen. Dort ist die Amplitude der Schwingung unabhängig von der Anregungsfrequenz.

## 1.5 Ermittlung der Dämpfungskonstanten

Eine gedämpfte Schwingung hat eine Exponentialfunktion  $\exp(-\varepsilon t)$  als Einhüllende. Das Verhältnis zweier aufeinander folgenden Schwindungen (Schwingungsperiode  $T_D$  bei Dämpfung) lautet:

$$\frac{z(t)}{z(t+T_D)} = \frac{e^{-\varepsilon t}}{e^{-\varepsilon(t+T_D)}} = e^{\varepsilon T_D}$$

Das *logarithmische Dekrement*  $\lambda$  ist der Logarithmus davon ( $T_0$ : Schwingungsperiode bei Resonanz):

$$\lambda = \ln \frac{z(t)}{z(t+T_D)} = \varepsilon T_D = \frac{\varepsilon T_0}{\sqrt{1-D^2}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\omega_0\sqrt{1-D^2}} = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}}$$

Wenn man nicht benachbarte Maximalamplituden nimmt, sondern eine Maximalamplitude und den Betrag der daneben liegenden Minimalamplitude, ergibt sich:

$$\lambda = 2 \ln \left| \frac{z(t)}{z(t+T_D/2)} \right|$$

Die Dämpfungskonstante  $D$  ergibt sich dann als:

$$D = \frac{\lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}}$$

Für die Kreisfrequenz bei Resonanz  $\omega_0$  und bei Dämpfung  $\omega_D$  gilt:

$$\omega_0 = \omega_D \frac{1}{\sqrt{1-D^2}}$$

## 1.6 Arten von Erdbebenwellen

- *P-Wellen* (Primärwellen): Longitudinalwellen, die sich durch Kompression fortpflanzen, und somit auch durch flüssiges Material laufen können. Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v_p = \sqrt{\frac{4/3\mu + K}{\rho}}$$

( $\mu$ : Schermodul;  $K$ : Kompressionsmodul)

- *S-Wellen* (Sekundärwellen): Transversalwellen, die sich nur durch festes Material ausbreiten können, weil Flüssigkeiten nicht gesichert werden können. Die Bewegung kann sowohl in horizontaler oder vertikaler Richtung erfolgen; sie kann auch in einer Richtung polarisiert sein. Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

- *Oberflächenwellen*: Diese Wellen laufen entlang der Erdoberfläche und sind deshalb auf kurzen Entfernungen schneller (weil der Weg kürzer ist, wenn sie nicht erst in die Tiefe gehen und dort reflektiert werden), auf langen Entfernungen dagegen langsamer (weil der Weg auf der gekrümmten Erdoberfläche länger als der direkte Weg durch die Erde ist). Man unterscheidet *Love-Wellen*, die Schichtgrenzen unter der Oberfläche erfordern (wobei Dispersion auftritt) und linear polarisierte Transversalwellen sind, und *Rayleigh-Wellen*, die sowohl transversal als auch longitudinal sind und bei denen die Punkte auf der Erdoberfläche retrograd-elliptische Bewegungen beschreiben (die Normalenvektoren der Ellipsen sind parallel zur Erdoberfläche und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle; die Ellipsen werden in Gegenrichtung zur Ausbreitungsrichtung der Welle durchlaufen); sie sind nicht dispersiv, falls sich unter der Oberfläche keine Schichtgrenzen befinden.

Die Amplitude von Erdbebenwellen ist in der Größenordnung von Mikrometern. Gute Seismometer können auch noch Amplituden im Nanometer-Bereich aufnehmen.

## 1.7 Grundlagen der Strahlenseismik

Wenn nur die Ausbreitungsrichtung und die Laufzeit interessiert, kann man die Wellenform vernachlässigen, und die Ausbreitung der Welle durch Strahlen beschreiben (vgl. Lichtstrahlen).

*Fermatsches Prinzip*: Die Laufzeit einer Welle zwischen zwei Punkten ist extremal. Damit ergibt sich bei Medien verschiedener Geschwindigkeiten folgendes Gesetz (*Snelliussches Brechungsgesetz*; die Winkel werden zwischen den Strahlen und dem Lot auf die Grenzfläche gemessen):

$$\frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2}$$

Dieses Gesetz gilt sowohl für P- als auch für S-Wellen, und auch, wenn eine Welle bei der Brechung umgewandelt wird (*Konversion*: P zu S bzw. S zu P). Es gilt auch für die Reflexion von Wellen an der Grenzschicht, wo auch eine Umwandlung des Wellentyps auftreten kann. Damit können z.B. aus einer einfallenden P-Welle vier neue Wellen entstehen: eine reflektierte P-Welle, eine gebrochene P-Welle, eine reflektierte S-Welle und eine gebrochene S-Welle. Dabei breiten sich alle Wellen in unterschiedliche Richtungen aus, weil erstens die Geschwindigkeiten auf beiden Seiten der Grenzfläche unterschiedlich sind und zweitens die Ausbreitungsgeschwindigkeiten bei P- und S-Wellen sich ebenfalls unterscheiden; nach obigem Brechungsgesetz führt das zu unterschiedlichen Winkeln.

*Huygens-Fresnelsches Prinzip*: Jeder Punkt, der von einer Welle erfasst wird, wird selbst zum Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle). Eine Wellenfront ist nichts anderes als die Überlagerung der Elementarwellen benachbarter Punkte.

*Kritischer Winkel*: Eine unter dem kritischen Winkel  $i_c$  einfallende Welle wird unter einem Winkel von  $90^\circ$  gebrochen ( $i_c = i_1$ , wenn  $i_2 = 90^\circ$ ; nur möglich, wenn  $v_2 > v_1$ ). Das bedeutet, sie läuft an der Grenzschicht entlang, und erzeugt dort nach dem Huygens-Fresnelschen Prinzip Elementarwellen. Diese addieren sich zu einer Wellenfront, die sich kegelförmig rund um die an der Grenzfläche entlang laufende Welle ausbreitet – genauso wie beim Mach'schen Kegel, der bei Überschallgeschwindigkeit den Überschallknall transportiert. Dieses Phänomen wird bezeichnet als *Kopfwelle*, *Mintrop-Welle*, *geführte Welle* oder *kritisch refraktierte Welle*.

Ist der Einfallswinkel größer als der kritische Winkel, tritt Totalreflexion auf, der Strahl kann die Grenzschicht nicht durchdringen.

## 1.8 Graphische Konstruktion des gebrochenen Strahls

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist das Verhältnis  $(\sin i)/v$  konstant. Wenn man also den Einfallswinkel und die Geschwindigkeiten auf beiden Seiten der Grenzfläche gegeben hat, trägt man auf dem einfallenden Strahl eine Strecke ab (ausgehend von der Grenzfläche), deren Länge proportional zur Geschwindigkeit ist. Nun nimmt man den Abstand des Streckenendes vom Einfallslot, und zeichnet parallel zum Ausfallslot eine Gerade mit dem gleichen Abstand. Dann zeichnet man einen Kreis um den Schnittpunkt Einfallslot/Grenzfläche mit einem Radius, der proportional zur Geschwindigkeit im zweiten Medium ist; durch den Schnittpunkt diesen Kreises mit der Parallelen zum Ausfallslot verläuft nun der gebrochene Strahl.

## 1.9 Laufzeitkurven

Wenn man in einem Diagramm die Zeiten gleichartiger Impulse über die Entfernungen der Geophone von einem Referenzpunkt anträgt, ergibt sich eine *Laufzeitkurve* (LZK). Wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Untergrund konstant und die Wellenfront eben ist, ergibt sich als Laufzeitkurve eine Gerade. Ihre Steigung, auch als *Strahlparameter*  $p$  bezeichnet, hängt von der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_1$  und dem *Emergenzwinkel* (Winkel zwischen Wellenfront und Erdoberfläche bzw. zwischen Wellenstrahl und Normalen auf die Erdoberfläche) ab:

$$p = \frac{\sin i}{v_1} = \frac{1}{v}$$

(Benndorfscher Satz)

Weil der Strahlparameter sowohl Emergenzwinkel als auch Ausbreitungsgeschwindigkeit berücksichtigt, ändert er sich bei Brechung, Reflexion und Konversion nicht.

Hat die Laufzeitkurve die Steigung  $p = 0$ , bedeutet das, dass die Wellenfront an allen Geophonen gleichzeitig eintrifft, was einer Scheingeschwindigkeit  $v = \infty$  entspricht. Das kann passieren, wenn sich die Welle senkrecht zu den Geophonen bewegt, d.h. die Wellenfront verläuft parallel zu den Geophonen.

Ein Laufzeitkurvendiagramm enthält folgende Komponenten (Beispiel: zwei Schichten, horizontale Grenzfläche, Ausbreitungsgeschwindigkeit in der unteren Grenzfläche größer als in der oberen Schicht  $\Rightarrow$  es gibt Mintrop-Wellen):

- Oberflächenwellen: Eine Gerade, die vom Schusspunkt ausgeht, und deren Steigung die reziproke Geschwindigkeit in der obersten Schicht angibt.
- Reflektierte Wellen: Sie beschreiben eine Hyperbel. Nach der Spiegelpunkt-Methode kann man den Weg der reflektierten Welle durch eine Gerade ersetzen, die vom an der Grenzfläche gespiegelten Schusspunkt zum Geophonpunkt läuft. Wenn man den Laufweg über den Pythagoras beschreibt, ergibt sich bei einer um den Winkel  $\alpha$  geneigten Grenzfläche, dem Abstand  $h$  zwischen Schusspunkt und Grenzfläche und dem Abstand  $s$  zwischen Schusspunkt und Geophonpunkt folgende Gleichung für die Laufzeit:

$$T^2 = \frac{(s - 2h \sin \alpha)^2}{v_1^2} - \frac{(2h \cos \alpha)^2}{v_1^2}$$

Dies ist eine Hyperbelgleichung.

- Mintrop-Wellen: Eine Gerade, die an der Reflexionshyperbel beginnt (sog. *kritische Entfernung* zum Schusspunkt), weil dort die Welle im kritischen Winkel an der Grenzschicht reflektiert wird und sofort wieder zurück läuft, und eine geringere Steigung als die Gerade der Oberflächenwelle hat (weil sie an der Grenzschicht mit der Geschwindigkeit  $v_2$  läuft, die größer als  $v_1$  ist, darum ist der Strahlparameter, der die Steigung angibt, geringer). Es handelt sich um eine Gerade, weil die Welle parallel zur Oberfläche läuft (wodurch die Laufzeit linear mit der Entfernung wächst) – der Weg von der Oberfläche zur Grenzschicht (unter dem kritischen Winkel) wird zweimal durchlaufen und geht als konstantes Offset ein. Wegen der geringeren Steigung schneidet die Mintrop-Gerade die Oberflächenwellen-Gerade in der sog. *Überholentfernung*. Wenn man die Gerade bis zum Schusspunkt extrapoliert, erhält man als Achsenabschnitt der Zeitachse die *Intercept-Zeit*  $\tau$ .

## 2 Methoden zur Auswertung von Seismogrammen

### 2.1 x-y-Methode

### 2.2 Stapelung

### 2.3 Migration

*Migration*: Umrechnung eines Seismogramms, so dass daraus die wahre Form der Reflektoren sichtbar wird.

Verfahren der Kreisbogenmigration: In einer Lotzeitsektion wird angenommen, dass der Punkt, an dem die seismische Welle reflektiert wurde, senkrecht unter dem Schusspunkt liegt. Das trifft für horizontale Reflektoren zu, aber nicht für geneigte oder gekrümmte Reflektoren (lediglich für die Punkte des gekrümmten Reflektors, an dem die Tangente horizontal ist), denn dort wird das Echo nicht am Schusspunkt aufgezeichnet, sondern entfernt davon. In der Lotzeitsektion wird dieses Echo dann einem falschen Reflektorpunkt zugeordnet (nämlich einem Punkt senkrecht unter dem Geophon). Aus der gemessenen Zeit kann man also nicht schließen, wo genau der Reflektorpunkt ist, sondern nur, dass er auf einem Kreis um den Geophonpunkt ist, dessen Radius proportional zur gemessenen Zeit ist. Bei der Kreisbogenmigration zeichnet man also zu jedem einzelnen Echo einen Kreis (Kreismittelpunkt: an der Erdoberfläche senkrecht über dem Echo), und aus den Schnittpunkten der Kreise ergibt sich die wahre Form des Reflektors.

## 3 Seismologie

Als Seismologie bezeichnet man die Lehre von Erdbeben.

### 3.1 Grundlagen

- *Hypozentrum*: Ort im Erdinneren, wo das Beben entsteht
- *Epizentrum*: Ort auf der Erdoberfläche über dem Hypozentrum
- *Isoseisten*: Linien auf einer Karte, die Orte gleicher Erdbebenintensität verbinden.
- Die Erdbebengefährdung nimmt zu, weil immer mehr Menschen in Erdbebengebieten leben.
- Erdbeben geben Hinweise, wie es im Erdinneren bzgl. Deformationen und Spannungen aussieht.
- Erdbeben sind auch energiereiche Quellen elastischer Wellen, aus deren Brechungs- und Reflexionsverhalten man auf die Struktur der Erde schließen kann.
- Die globale Verteilung der Erdbebenaktivität konnte erst mit der Plattentektonik erklärt werden. Die starren Lithosphärenplatten bewegen sich auf der weicheren Asthenosphäre, dadurch entstehen an den Rändern konvergente oder divergente Bewegungen (*sea floor spreading*). Bei konvergenten Bewegungen taucht eine Platte unter der anderen ab – handelt es sich um eine kontinentale und eine ozeanische Platte, wird Letztere subduziert, weil sie schwerer ist. In der Subduktionszone bildet sich eine charakteristische Verteilung der Erdbebenherde aus, die man als *Wadati-Benioff-Zone* bezeichnet.
- Die meisten Erdbeben treten an Plattenrändern auf (*Interplattenseismizität*). Aber auch im Inneren der Platten gibt es Erdbeben (ca. 10% der gesamten Erdbebenenergie); diese *Intraplattenseismizität* kann mit der Plattentektonik alleine nicht erklärt werden. In Deutschland ist die Intraplattenseismizität der vorherrschende Erdbebentyp, und konzentriert sich auf folgende Gebiete: Rheingraben, niederrheinische Bucht, Schwäbische Alb und Vogtland.

### 3.2 Klassifizierung der Erdbebenstärke

Einteilung nach den Auswirkungen, makroseismische Verfahren:

- Klassifizierung der Stärke von Erdbeben nach ihren Auswirkungen auf der Erdoberfläche
- Niedrige Intensitätsgrade werden mit Hilfe der menschlichen Sinne bestimmt.
- Mittlere Intensitätsgrade werden durch Schäden an Gebäuden bestimmt.
- Hohe Intensitätsgrade werden durch Veränderungen an der Landschaft bestimmt.

- Die Ermittlung der Auswirkungen wird mit Hilfe von Fragebögen durchgeführt.
- International werden die Auswirkungen von Erdbeben in mehreren verschiedenen Skalen klassifiziert.
- *Epizentralintensität*: Intensität am Epizentrum
- Wenn man die Auswirkungen in eine Isoseistenkarte einzeichnet, kann man daraus grob auf die Herdtiefe schließen – je enger die Isoseisten liegen, desto näher an der Erdoberfläche muss der Herd gewesen sein.
- Probleme: Einteilung ist nicht an die physikalischen Bedingungen bei der Entstehung gekoppelt, Beeinflussung durch viele Faktoren (Empfindlichkeit der Bausubstanz, Beurteilung durch die Menschen), nur möglich in dicht besiedelten Gebieten (d.h. wo viele Häuser und Menschen sind)

Einteilung nach der Energie am Erdbebenherd, instrumentelle Verfahren:

- Die Amplitude eines Bebens nimmt mit der Entfernung zum Epizentrum ab. Daher kann man Erdbeben vergleichen, indem man die gemessene Intensität zusammen mit den Entfernungen der Messorte vom Epizentrum vergleicht.
- *Richterskala*: Einteilung nach einer Skala analog zur Sternhelligkeitsskala:

$$M_L = \log A(s) - \log A_0(s)$$

Dabei ist  $A$  die Maximalamplitude des Bebens,  $A_0$  die Maximalamplitude eines Referenzbebens und  $s$  die Entfernung vom Epizentrum (*Epizentraldistanz*). Die Skala ist so geeicht, dass  $M_L = 3$  erreicht wird, wenn in der Entfernung  $s = 100\text{km}$  die Amplitude  $1\text{mm}$  auf einem *Wood-Anderson-Seismograph* erreicht wird.

Die Formulierung „nach oben offene Richterskala“ ist übrigens nicht ganz richtig – die Skala an sich ist zwar nach oben offen, aber auf der Erde ist eine Magnitude von maximal 9,5 möglich (dann, wenn sich bei einer Verwerfung die maximal mögliche Spannung angesammelt hat und die Energie komplett freigesetzt wird).

- Bei tiefen Beben nimmt die Amplitude nicht mehr näherungsweise linear mit der Entfernung ab. Daher braucht man andere Gleichungen, z.B. die *Raumwellenmagnitude*  $M_b$  (gültig für alle Herdtiefen und  $s > 16^\circ$ ):

$$M_b = \log_{10} \left( \frac{A}{T} \right) + Q(h, s)$$

$A$ : Bodenamplitude ( $\mu\text{m}$ )

$T$ : Schwingungsperiode in Sekunden

$Q(h, s)$ : Skalierungsfunktion, abhängig von der Herdtiefe  $h$  und der Epizentraldistanz  $s$  *Oberflächenwellenamplitude*  $M_S$  (für  $h \leq 60\text{km}$  und  $s \geq 20^\circ$ ):

$$M_S = \log_{10} \left( \frac{A}{T} \right) + 1,66 \log_{10} s + 3,3$$

- Zusammenhang zwischen Magnitude und Energie (Einheit: Joule):

$$\log_{10} E = 4,8 + 1,5M_S$$

Ein Unterschied von einer Magnitudeneinheit bedeutet also eine  $10^{1,5}$ -fach höhere Energie.

- *Magnitudenhäufigkeitskurve*: Es gibt pro Jahr ungefähr ein Beben mit einer Magnitude größer als 8. Je niedriger die Magnitude ist, desto häufiger sind Beben der entsprechenden Stärke – eine Verringerung um eine Magnitudeneinheit verzehnfacht die Wahrscheinlichkeit. Genauer:

$$\log_{10} N = a_0 - b_0 M$$

$N$ : Anzahl der Beben mit Magnituden größer als  $M$

$a_0$ : Maß für die Erdbebenaktivität

$b_0$ : Maß für den „Zerbrechungsgrad“ einer Herdregion ( $0,4 \leq b_0 \leq 1,8$ , im weltweiten Durchschnitt ist  $b_0 = 0,75$ )

### 3.3 Modellvorstellungen vom Erdbebenherd

- Elastische Deformationen akkumulieren sich, schließlich kommt es zum Scherbruch, wenn die Scherfestigkeit des Gesteins überschritten ist.
- Während eines Bebens schnell das verformte Gestein in seine Ausgangsposition zurück (*rebound*); die Verformungsenergie wird dabei in Form von Erdbebenwellen freigesetzt.
- Der Erdbebenherd ist nicht punktförmig, sondern eine Verwerfungsfläche (*Herdfläche*), die normalerweise nicht bis an die Erdoberfläche reicht und räumlich beliebig orientiert sein kann.
- Die Quelle der seismischen Energie muss nicht die gesamte Herdfläche sein.
- Die Herdfläche muss kein neu entstandener Bruch sein, sondern auch eine alte Bruchfläche, die sich wieder neu verformt hatte.

Verfahren der Herdflächenlösung:

- Grundgedanke: Man projiziert die Erstausschlagsrichtungen auf eine um das Hypozentrum gedachte Kugel, die sogenannte *Herkugel*.
- Zuerst zeichnet man die Stationen rund um das Epizentrum in ein Wulffsches Netz (winkeltreu!) ein, und trennt Quadranten mit unterschiedlichen Vorzeichen durch Großkreise.
- Zu diesen Großkreisen konstruiert man die Flächenpole; jeder Pol muss in der jeweils anderen Fläche liegen.
- Dann verbindet man beide Flächenpole durch einen Großkreis und zeichnet die Winkelhalbierende zwischen den beiden Herdflächen ein, die durch den Großkreis durch die Flächenpole geht. Dadurch ergeben sich die Richtungen der größten und kleinsten Hauptspannung.
- Um das Spannungsfeld, das zu dem Scherbruch geführt hat, zu bestimmen, braucht man außerdem die 45°-Hypothese; diese besagt, dass bei einem Würfel, auf den in allen drei Raumrichtungen Spannungen einwirken, die Bruchfläche auf der Winkelhalbierenden zwischen der größten und der kleinsten Spannung liegt. (Wenn also die Spannung links-rechts am größten und oben-unten am kleinsten ist, geht die Bruchfläche z.B. von links unten nach rechts oben.)

### 3.4 Lokalisierung von Erdbeben

- Herdkoordinaten:  $\phi_0$  (geographische Breite),  $\lambda_0$  (geographische Länge),  $h_0$  (Herdtiefe),  $t_0$  (*Herdzeit* = Uhrzeit, zu der das Erdbeben passiert)
- Mit nur einer Station kann man nur die Richtung des Erdbebens angeben. Die Partikelbewegung erfolgt entlang einer Gerade durch das Hypozentrum und die Messstation; mit den Horizontalkomponenten erhält man nur die auf die Erdoberfläche projizierte Richtung dieser Geraden, d.h. man kann nicht sagen, auf welcher Seite der Geraden das Epizentrum ist. Erst mit der Vertikalkomponente sieht man, auf welcher Seite die Gerade in die Tiefe zeigt – in dieser Richtung befindet sich das Hypozentrum.
- Aus der Zeitdifferenz der Ersteinsätze der P- und S-Wellen kann man zusätzlich die Entfernung abschätzen (dazu braucht man die P- und S-Geschwindigkeiten, die nicht exakt bekannt sind, außerdem ist der genaue Laufweg der Wellen unbekannt):

$$t_{s-p} = t_s - t_p = \frac{s}{v_s} - \frac{s}{v_p} = s \cdot \frac{v_p - v_s}{v_p \cdot v_s}$$

Mit den geschätzten Geschwindigkeiten  $v_p = 5,9\text{km/s}$  und  $v_s = 3,4\text{km/s}$  ergibt sich für die Entfernung des Epizentrums:

$$s = (t_s - t_p) \cdot 8,1\text{km/s}$$



Für eine exakte Bestimmung der Entfernung braucht man mehrere Stationen. Dann wendet man das *Sehnenverfahren* an:

- Wenn man in einem *Wadati-Diagramm* die Zeitdifferenz zwischen den P- und S-Wellen-Einsätzen bei den verschiedenen Stationen über die jeweiligen Uhrzeiten der P-Einsätze aufträgt, ergibt sich eine Gerade. Aus ihr kann man per Extrapolation die Herdzeit ermitteln; dort, wo die Gerade die  $x$ -Achse schneidet, ist die Zeitdifferenz zwischen P- und S-Wellen Null, die dortige Uhrzeit ist gleich der Herdzeit. Mathematisch:

$$s = v_p(t_p - t_0) \quad s = v_F \underbrace{(t_s - t_p)}_{=t_{s-p}}$$

Gleichsetzen,  $v_F = (v_p \cdot v_s)/(v_p - v_s)$  einsetzen, kürzen:

$$t_{s-p} = \left( \frac{v_p}{v_s} - 1 \right) \cdot (t_p - t_0)$$

Nach  $t_0$  auflösen:

$$t_0 = t_p - \frac{t_{s-p}}{v_p/v_s - 1}$$

Aus der Steigung im Wadati-Diagramm  $t_{s-p}/t_p$  erhält man das Verhältnis  $v_p/v_s$ .

- Aus den so ermittelten Herdentfernungen  $s = v_p(t_p - t_0)$  der verschiedenen Stationen kann man dann mit dem Sehnenverfahren das Epizentrum bestimmen. Dazu zeichnet man Kreise um die Stationen mit den jeweiligen Herdentfernungen als Radien, und verbindet die Schnittpunkte von jeweils zwei Kreisen durch eine Gerade. Dort, wo sich diese Sehnen schneiden, ist das Epizentrum. (Die Radien der Kreise geben die Entfernungen des Hypozentrums zu den jeweiligen Stationen an, darum liegt das Epizentrum nicht auf den Kreisen, sondern innerhalb.)
- Das Hypozentrum liegt auf einer Kugel um die Station mit der Herdentfernung als Radius. Wenn man in einem  $x$ - $z$ -Diagramm eine Station und das Epizentrum einzeichnet und dazu am Epizentrum eine Gerade senkrecht nach unten, liegt das Hypozentrum auf dem Schnittpunkt dieser Geraden mit der Herdentfernungs-Kugel (die in diesem Diagramm als Kreis erscheint). Die Herdtiefe kann man direkt ablesen als Entfernung zwischen Epi- und Hypozentrum.

Es kann passieren, dass der S-Einsatz in den Seismogrammen nicht zu erkennen ist (wegen Übersteuerung des P-Ausschlags). Das Epizentrum kann dann immer noch mit der *Hyperbelmethode* bestimmt werden:

- Eine Hyperbel hat von ihren beiden Brennpunkten stets die gleiche Entfernungsdifferenz; die Zeitdifferenz der P-Einsätze ist bekannt, und mit  $v_p$  damit auch die Entfernungsdifferenz:

$$s_A - s_B = v_p(t_p^A - t_p^B)$$

- Um mit der Hyperbelmethode außerdem das Hypozentrum zu bestimmen, braucht man zusätzlich die P-S-Zeitdifferenz  $t_{s-p}$  einer Station. Die Herdtiefe ergibt sich aus der Entfernung des Epizentrums von der Station und der Herdentfernung ( $s = v_p(t_p - t_0)$ , mit  $t_0$  aus dem Wadati-Diagramm) nach dem Satz des Pythagoras.

### 3.5 Ausbreitung von Erdbebenwellen

- Von der Erdoberfläche bis zur Grenze Erdmantel/Kern steigt die Geschwindigkeit der P- und S-Wellen an.
- Im oberen Teil der Asthenosphäre steigt die Geschwindigkeit nicht mit der Tiefe an, darum heißt diese Zone *Low Velocity Layer*.

- Im äußeren Kern gibt es keine S-Wellen, weil dieser flüssig ist, d.h. dort können keine Scherbewegungen auftreten.
- Der innere Kern ist fest, d.h. dort kann es S-Wellen geben (aus P-Wellen umgewandelt).
- Registrierte Erdbeben werden eingeteilt in *Lokalbeben*, *Regionalbeben* ( $s < 10^\circ$ ) und *teleseismische Beben*.
- Nomenklatur:
  - An der *Mohorovicic-Diskontinuität* reflektierte Wellen erhalten ein „m“, z.B. PmP oder SmS.
  - An der Moho geführte Wellen erhalten ein „n“, z.B. Pn, Sn.
  - An der *Conraddiskontinuität* geführte Wellen erhalten ein Sternchen, z.B. P\*.
  - In der Granitschicht geführte Wellen erhalten ein „g“, z.B. Pg.
  - *Tiefenphasen* sind Wellenstrahlen, die sich von der Quelle aus zuerst nach oben ausbreiten. Sie werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet, z.B. p, s.
  - Einfach- oder Mehrfachreflexionen an der Erdoberfläche (ab  $s = 40^\circ$  sehr ausgeprägt) werden durch Dranhängen des Buchstabens der Welle nach der Reflexion gekennzeichnet, z.B. PP, PPS, SPP.
  - Reflexionen an der Kern-Mantel-Grenze (bei  $s \approx 40^\circ$ ) erhalten den Buchstaben „c“, z.B. PcP.
  - Wellenstrahlen durch den Kern werden mit einem „K“ gekennzeichnet, Reflexionen am inneren Kern durch ein „i“, Reflexionen innerhalb des inneren Kerns durch ein „I“. Beispiele: PKP, PKiKP, PKIKP, PKIIKP (Mehrfachreflexion im inneren Kern).
  - Kombinationen sind möglich; z.B. Tiefenphasen, die an der Oberfläche reflektiert und dann an der Moho geführt werden, heißen z.B. pPn.
  - Rayleigh-Oberflächenwellen heißen Rg.
- Bei lokalen und regionalen Beben bewegen sich die Wellen durch die Erdkruste zur Messstation.
  - Es handelt sich also um P- und S-Wellen, die entweder direkt von der Quelle kommen oder an den verschiedenen Grenzschichten reflektiert oder als Kopfwellen geführt werden.
  - Reihenfolge der Ersteinsätze: Pg, P\*, Pn (für  $t_{s-p} < 20s$ ) bzw. Pn, P\*, Pg (für  $t_{s-p} > 25s$ )
  - Dominantes Signal: Sg
  - Das Seismogramm ist nicht länger als ca. 5 Minuten.
  - Quellen dicht an der Erdoberfläche erzeugen starke Rayleigh-Wellen.
- Bei teleseismischen Erdbeben findet die Wellenausbreitung v.a. durch den Erdmantel statt.
  - Je größer die Entfernung, desto tiefer dringen die Wellen in den Erdmantel ein.
  - Die Wellenstrahlen sind keine Geraden mehr, sondern werden im Erdmantel gebogen; dadurch sind Mehrfachreflexionen an der Erdoberfläche möglich, ohne dass es dazwischen weitere Reflexionen z.B. im Mantel oder an der Kern-Mantel-Grenze gibt.
  - Durch Vergleich der Laufzeiten von Tiefenphasen und entsprechenden direkten Phasen kann man die Herdtiefe bestimmen.
  - Bei einer Entfernung von  $103^\circ \leq s \leq 140^\circ$  gibt es keine direkten P-Wellen mehr, weil die Welle an die Kern-Mantel-Grenze stößt. Nur an der Erdoberfläche oder von unten an der Moho reflektierte Wellen (*Unterkantenreflexionen*) können diesen Bereich noch erreichen. Darum sind die gemessenen Amplituden sehr schwach, man bezeichnet den Bereich als *Schattenzone*.
  - Bei einer Entfernung größer als  $s = 140^\circ$  laufen die Wellenstrahlen durch den Erdkern.

### 3.6 Schäden durch Erdbeben

- Ein Erdbeben sendet Wellen nur aus einem bestimmten Frequenzbereich aus. (Brune-Modell)
- Es wird nicht in alle Raumrichtungen die gleiche Energiemenge abgestrahlt.
- Die Amplitude der Erdbebenwellen nimmt erstens durch die Geometrie mit  $1/s$  ab (weil der Umfang eines Kreises linear mit dem Radius wächst), zweitens exponentiell durch Dämpfung proportional zu  $\exp(-Q \cdot f \cdot s / (v \cdot \pi))$  ist ( $Q$ : Qualitätsfaktor,  $f$ : Frequenz,  $v$ : Geschwindigkeit); es ergibt sich also für den Absorptionskoeffizienten  $a = Q \cdot f / (v \cdot \pi)$ . Außerdem wird die an einem Ort ankommende Energie durch Streuung und Reflexionen vermindert oder erhöht.
- Gebäude können schwingen und nehmen v.a. dann Schaden, wenn eine der Resonanzfrequenzen angeregt wird.
- Gebäude sind heterogene Gebilde, d.h. Brüche treten meist im Grenzbereich verschiedener Materialien auf.
- Primärschäden entstehen durch das Beben selber, Sekundärschäden durch vom Beben ausgelöste Katastrophen (z.B. Feuer).

## 4 Geothermik

- *Grüneisen-Beziehung* zwischen spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen bzw. konstantem Druck:

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \alpha \cdot \gamma \cdot T$$

$\alpha$ : Volumenausdehnungskoeffizient;  $\gamma$ : Grüneisen-Parameter ( $1 < \gamma < 2$ );  $T$ : Temperatur

- Feuchte Gesteine haben im Allgemeinen eine höhere Wärmekapazität als trockene, weil Wasser eine höhere Wärmekapazität als die meisten Gesteine hat. Es gilt:

$$c_{feucht} = \frac{m_{trocken} \cdot c_{trocken} + m_{Wasser} \cdot c_{Wasser}}{m_{trocken} + m_{Wasser}}$$

- Wärmetransport kann durch drei Mechanismen erfolgen: Wärmeleitung (Austausch kinetischer Energie durch Gitterschwingungen (Phononen) oder durch kollidierende Moleküle, Atome oder Elektronen), Konvektion (Massenaustausch; effektivster Wärmetransportmechanismus) und Strahlung (elektromagnetische Wellen, die die Resonanzfrequenz der Atombewegung anregen können).
- In der Erdkruste erfolgt der Wärmetransport v.a. durch Wärmeleitung, während im Erdmantel die Konvektion vorherrscht. An manchen Stellen der Erdkruste trägt auch Konvektion von eingelagertem Wasser zum Wärmetransport bei.
- Zusammenhang zwischen Wärmestrom und Temperaturverteilung:

$$\vec{q} = -k \nabla T(x, y, z)$$

Die *Wärmeleitfähigkeit*  $k$  ist im anisotropen Fall ein Tensor, in isotropen Medien vereinfacht sie sich zu einem Skalar.

Zusammenhang zwischen Temperaturänderung und Wärmestromänderung:

$$\kappa = \frac{k}{\rho \cdot c}$$

$\kappa$ : *Temperaturleitfähigkeit*;  $\rho$ : Dichte;  $c$ : Wärmekapazität;

- Messung des Temperaturgradienten im Erdinneren: z.B. in Bergwerken, in Bohrlöchern, mit Hilfe von Rammsonden in den Meeren. Bei Bohrlochmessungen ist zu beachten, dass die Bohrlochspülung die Temperaturverteilung beeinflusst, und dass der komplette Temperatúrausgleich mit der Umgebung nach einer Bohrung ein bis zwei Jahre dauert.  
Ergebnis: ca. 20 bis 30 Kelvin pro Kilometer
- Messung der Wärmeleitfähigkeit: Die Probe wird zwischen zwei Metallzylinder bekannter Wärmeleitfähigkeit gebracht, die Temperaturdifferenz an den Enden der Metallzylinder ist ebenfalls bekannt. Nicht nur die Probe selbst hat eine unbekannte Wärmeleitfähigkeit, sondern auch die Kontaktstellen zwischen den Metallzylindern und der Probe. Aber durch Messung der Temperaturen an jeweils beiden Enden der Metallzylinder kann man den Wärmefluss durch das Metall bestimmen, der gleich dem Wärmefluss durch die Probe sein muss. Durch Messung von Proben verschiedener Dicke kann man daraus die Wärmeleitfähigkeit der Proben bestimmen.
- Der Wärmefluss ist auf den verschiedenen Kontinenten unterschiedlich; am niedrigsten in Afrika mit 1,19 HFU, am höchsten in Australien mit 1,52 HFU, durchschnittlich ist er 1,35 HFU (HFU = „heat flow unit“; 1HFU = 41,8mW/m<sup>2</sup>). Es zeigt sich eine Korrelation des Wärmeflusses mit dem reziproken Alter des Messgebiets, und auch zwischen der Konzentration radioaktiver Elemente und dem Wärmefluss.
- Die Hauptursache des Wärmeflusses aus dem Erdinneren ist also die radiogene Wärmeproduktion. Es gibt aber noch weitere Wärmequellen: Kristallisationswärme (Ausfrieren von flüssigem Material), Reibungswärme durch gravitative Trennung (schwere Gesteine sinken nach unten, leichte tauchen auf), Reibungswärme durch Gezeiten und tektonische Prozesse, chemische Reaktionen (Oxidationen, Inkohlung), Absorption von Neutrinos.
- Die radioaktiven Isotope mit kurzer Halbwertszeit sind zum größten Teil zerfallen. Die heutige Wärmeproduktion wird praktisch komplett von folgenden Isotopen hervorgerufen: U-238, U-235, Th-232, K-40.
- Die Konzentration radioaktiver Elemente ist in der Erdkruste nicht konstant, sondern nimmt mit zunehmender Tiefe ab (da bei großen Drücken die relativ großen radioaktiven Atome nicht mehr in das Kristallgitter eingebaut werden können). Man vermutet, dass die durchschnittliche Konzentration der radioaktiven Elemente ähnlich wie in Chondriten (kohlenstoffhaltige Meteorite) ist; die nach dieser Theorie entstehende Wärmemenge passt zu den Beobachtungen. Allerdings gibt es auch Gegenargumente zu dieser Theorie; z.B. stimmt das Kalium-Uran-Verhältnis von Chondriten nicht mit dem der Erde überein.