TU München
Zentrum Mathematik
Prof. Dr. K. Buchner
Dr. P. Giesl

Sommersemester 2001

Abgabe am 25. Juli 2001
zu Beginn der Übung

Mathematik für Physiker 4

— Übungsblatt 11 —

Alle Aufgaben zählen 4 Punkte.

11.1: Entwickeln Sie die folgenden Funktionen $f(z)$ in Laurentreihen um z_0.

(a) $f(z) = \frac{1}{(z-5)^4}$ mit $z_0 = 5$ und $z_0 = i$.

(b) $f(z) = \frac{z}{(z^2+iz+2)(z-i)}$ mit $z_0 = i$ und $z_0 = 0$.

11.2: (a) Berechnen Sie das Integral $\int_{K_{3/2}(0)} \frac{z}{(z^2+iz+2)(z-i)}\,dz$ mit dem Residuensatz. $K_r(z_0)$ bezeichnet den Kreis um z_0 mit Radius r.

(b) Berechnen Sie das Integral $\int_0^\infty \frac{(\ln x)^2}{1+x^2}\,dx$.

Hinweis: Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes das Integral $\int_C \frac{(Ln\ z)^2}{1+z^2}\,dz$ über den skizzierten Integrationsweg C. Der Radius des äußeren Halbkreises sei R, der Radius des inneren Halbkreises r. Betrachten Sie den Grenzübergang $R \to \infty$ und $r \to 0$.

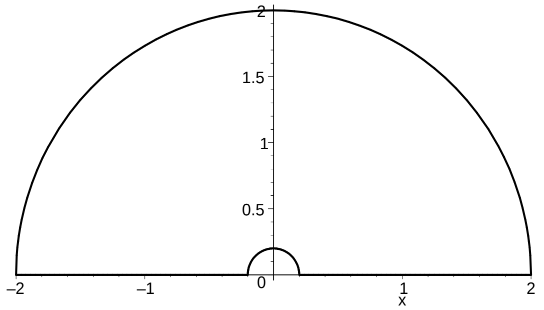

Abbildung 1: Der Integrationsweg C

11.3: Berechnen Sie alle Werte von 2^i, i^2, 2^2 und $2^{1/2}$.

11.4: Folgender Beweis zeigt, daß $e^{ir} = 1$ für alle $r \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\begin{aligned} 1 &= 1^{\frac{r}{2\pi}} \\ &= \left(e^{2\pi i}\right)^{\frac{r}{2\pi}} \\ &= e^{2\pi i \cdot \frac{r}{2\pi}} \\ &= e^{ir} \end{aligned}$$

Begründen Sie, an welcher Stelle ein Fehler gemacht wurde.