Bewegung:

$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ für a=const. (freier Fall: a=g)
$v(t) = at + v_0$ "
$v^2 - v_0^2 = 2ax$ "

$m/s \cdot 3,6 = km/h$

$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d(v\cdot\mathbf{e}_t)/dt = dv/dt\cdot\mathbf{e}_t + v\cdot d\mathbf{e}_t/dt = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n\ (\perp\mathbf{e}_t)$

waagrechter Wurf: Wurfparabel
$x(t) = \frac{1}{2} gt^2$ / $y(t) = v_y t \Rightarrow x = \frac{1}{2} g (y/v_y)^2 = \frac{1}{2} g/v_y^2 \cdot y^2$

Kreisbewegung: (v const., ω const.)
$\omega = d\varphi/dt$ / $T = 2\pi/\omega$ / $f = 1/T$ / $v = \omega r =$ const.
$a_t = \alpha r = 0$ / $a_n = v^2/r = \omega^2 r$
$x = r\cdot\cos(\omega t)$ / $y = r\cdot\sin(\omega t) \Rightarrow v_x = -\omega r\cdot\sin(\omega t)$ / $v_y = \omega r\cdot\cos(\omega t)$
$a_x = -\omega^2 x$ / $a_y = -\omega^2 y$

Newton:

1) Trägheitsges.: $\Delta\mathbf{v} = 0$ / $\mathbf{F} = 0$
2) Aktionsprinz.: $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m \Rightarrow \mathbf{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow$ Impuls $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ / $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = (dm/dt)\mathbf{v} + m(d\mathbf{v}/dt)$
3) actio=reactio: $\mathbf{F}_{ab} = -\mathbf{F}_{ba}$

Gravitationsgesetz:
$\mathbf{F}_g = \gamma\cdot(m_1 m_2)/r^2$ bei Sonne: $\mathbf{F}_g = 4\pi^2 C\cdot m_2/r^2$ / $\gamma = g\cdot M_E\cdot(1/R_E^2)$ / $\gamma = 6{,}674\cdot10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

Kepler:
1) ellipt. Bahn, Sonne Brennpunkt
2) $dA/dt =$ const. $\Rightarrow v\cdot r =$ const. $\Rightarrow v_{max}$ im Perihel, v_{min} im Aphel, $v_{max}/v_{min} = r_P/r_A = (1-\varepsilon)/(1+\varepsilon)$
3) $(T_1/T_2)^2 = (a_1/a_2)^3$ / $a^3/T^2 =$ const. $= 3{,}354\cdot10^{18}\ m^3/s^2$ (unser Sonnensystem)
≈ Kreisbahn: $a = \omega^2 r = (2\pi/T)^2 r = 4\pi^2 C/r^2 \Rightarrow F = ma \sim 1/r^2$

Satelliten: $F = ma = \gamma\cdot(mM/r^2) \Rightarrow a\ (= v^2/r) = \gamma\cdot(M/r^2) \Rightarrow v = \sqrt{\gamma\cdot(M/r)}\ (= 2\pi r/T)$

Impulserhaltung:

$\mathbf{p} = \Sigma\, m\mathbf{v}_i =$ const. / $\Delta\mathbf{p} = 0$

Stöße:
Impulserhaltung immer, Energieerhaltung nur bei elast. Stoß

gerade, elast.: $v_1' = [(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2]/[m_1 + m_2]$, v_2' umgekehrt

Ellipse:

$y = \pm\, {}^b/_a \sqrt{(a^2 - x^2)}$
$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$
$b = a\sqrt{(1-\varepsilon^2)}$
$r_{min} + r_{max} = 2a$
$x = r\cdot\cos\varphi + \varepsilon a$
$y = r\cdot\sin\varphi$
$b^2/ar = 1 + \varepsilon\cdot\cos\varphi$

hyperbolische Funktionen:

$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = \cosh' x$
$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = \sinh' x$
$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
$\text{Arsinh}\ x = \ln(x + \sqrt{(x^2+1)})$
$\text{Arcosh}\ x = \ln(x + \sqrt{(x^2-1)})$
$\text{Arsinh}'\ x = 1/\sqrt{(x^2+1)}$
$\text{Arcosh}'\ x = 1/\sqrt{(x^2-1)}$

Festkörperphysik:

Spannung: $\sigma = F_\perp/A = \hat{E}\cdot\varepsilon_\parallel$ ($\hat{E}$: Elastizitätsmodul)
rel.Dehnung: $\varepsilon_\parallel = \Delta l/l_0$ / $\varepsilon_\perp = -\Delta r/r_0$
Poissonzahl: $\mu = \varepsilon_\perp/\varepsilon_\parallel$ ($-1 \le \mu \le \frac{1}{2}$)
= ½: Volumen-Erhaltung, < ½: V-Abnahme
Kompressionsmodul K: $\Delta p = -K\cdot(\Delta V/V_0)$ (p: Druck)
Kompressibilität: $\kappa = 1/K$ $(\Delta V/V_0) = \varepsilon_\perp - 2\cdot\varepsilon_\parallel$
Torsion (Scherung): $\tau = F_\parallel/A = G\cdot(\Delta a/a) \approx G\cdot\gamma$
(G: Schubmodul, γ Torsionswinkel)

Umrechnung der Moduln:
$\hat{E}/G = 2(1+\mu)$ $K = \hat{E}/3(1-2\mu)$

Lennard-Jones-Potential:
$E_{pot}(r) = b[(a/r)^{12} - (a/r)^6]$ ^{12}: abstoßend, ^{6}: anziehend
$E_{pot}(r_0) = -\frac{1}{4}b$, $r_0 = ({}^6\sqrt{2})a \approx 1{,}12\cdot a$

Harmonischer Oszi, ungedämpft:

$x(t) = x_0\cos(\omega t)$ / $v(t) = -x_0\omega\sin(\omega t)$ / $a(t) = -x_0\omega^2\cos(\omega t)$
Feder: $F = ma = -cx \Rightarrow a = -(c/m)x \Rightarrow \omega = \sqrt{(c/m)}$
Pendel: $F = mr(d^2\varphi/dt^2) = -mg\varphi \Rightarrow \omega = \sqrt{(g/r)}$
Torsion: $F = I(d^2\varphi/dt^2) = -D\varphi \Rightarrow \omega = \sqrt{(D/I)}$

Harmon. Oszi, gedämpft: (erzwungen: $= F_0\sin\omega t$ statt 0)
zB. Feder: $ma + \gamma v + cx = 0 \Rightarrow a + (\gamma/m)v + \omega^2 x = 0$
$x(t) = x_0\cdot e^{-\beta t}\cdot\cos(\omega^2 t) \Rightarrow \omega = \sqrt{(c/m)}$, $\beta = \gamma/2m$

Reibung:

$\mathbf{F}_r = \mu\cdot\mathbf{F}_n$ (z.B. $\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_g$) $\mu_{Roll} < \mu_{Gleit} < \mu_{Haft}$

Stokes: (Kugel)
$\mathbf{F}_r = 6\pi\eta r\cdot v$ (η Viskosität)

ged. Oszi: Gütefaktor: $Q = [E/(dE/dt)]\cdot\omega = \tau\omega$

Energie:

$E_{kin} = p^2/2m = \frac{1}{2} mv^2$
$E_{pot} = V = -\int\mathbf{F}d\mathbf{r}$ (allg., zB.Feder) bzw. $= mgh$ (Erde)
bzw. $= -\gamma\cdot(m_1 m_2/r)$ (Grav.) bzw. $= (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot(q_1 q_2/r)$ (Coulomb)
bzw. $= -\gamma m_0\cdot\Sigma(m_i/r_i) \Rightarrow = -\gamma m_0\cdot\int(1/s)dm$ (ausgedehnte Masse)

Energieerhaltung:
$E_{total} =$ const. $\Leftrightarrow dE_{total}\ (= dE_{kin} + dE_{pot}) = 0$

Leistung:

$P = dW/dt$
$= d/dt\ (\mathbf{F}d\mathbf{r})$
$= d/dt\ (\mathbf{M}d\varphi)$

1PS= 0,735 kW

Corioliskraft:

$\mathbf{v}_{inertial}(\mathbf{r}_{inertial}) = \mathbf{v}_{rot.Syst.}(\mathbf{r}_{rot.Syst}) + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{rot.Syst.}$
$\mathbf{a}_{inertial} = \mathbf{a}_{rot.Syst.} + 2\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{rot.Syst.} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{inertial})$
$\mathbf{F}_{inertial} = \mathbf{F}_{rot.Syst.} + \mathbf{F}_{coriolis} + \mathbf{F}_{zentrifugal}$
$\Rightarrow \mathbf{F}_{coriolis,\ rot.Syst.} = -2m\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{rot.Syst.}$

Trägheitsmomente:

Scheibe: $I_{polar} = \frac{1}{2} mr^2$ $I_{aquat} = \frac{1}{4} mr^2$
Zylinder: $I_{polar} =$ " $I_{aquat} = {}^1/_{12}m(3r^2+h^2)$
Hohlzyl.: $I_{polar} = \frac{1}{2} m(r_a^2 + r_i^2)$
Kugel: $I = {}^2/_5 mr^2$
Quader: $I_{ab} = {}^1/_{12}m(a^2+b^2)$

Satz von Steiner:
$I_{Achse} = a^2 m + I_{Schwerpunkt}$ (a = Abstand)

Winkelgeschwindigkeit:

$\boldsymbol{\omega} = d\varphi/dt\cdot\mathbf{e}_\omega$

Winkelbeschleunigung:
$\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\omega}/dt$

Trägheitsmoment:
$I = \Sigma\, m_i r_i^2 = \int r^2 dm$

Drehimpuls:
$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}\ (= m\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{v}))$

Drehmoment: (I const.)
$\mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt = I\cdot\boldsymbol{\alpha}\ (= \mathbf{r}\times\mathbf{F})$

Rotationsenergie: (W=Mφ)
$E_{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} L\omega = \frac{1}{2} L^2/I$

Geschwindigkeit:

$\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$

Beschleunigung:
$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$

Masse:
$m\ (= \int dm)$

Impuls:
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

Kraft: (m const.)
$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = m\mathbf{a}$

kinet. Energie: (W=Fx)
$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} p^2/m$

Euler: $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\cdot\sin\varphi$ FS 354

Additionstheoreme:
$\sin(a\pm b) = \sin(a)\cdot\cos(b) \pm \cos(a)\cdot\sin(b)$ FS 351
$\cos(a\pm b) = \cos(a)\cdot\cos(b) \mp \sin(a)\cdot\sin(b)$
$\cos a + \cos b = 2\cdot\cos({}^{(a+b)}/_2)\cdot\cos({}^{(a-b)}/_2)$ FS 353

cos-Satz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$ FS 173
sin-Satz: ${}^a/_{\sin\alpha} = {}^b/_{\sin\beta} = {}^c/_{\sin\gamma}$

Strömung:

Kontinuitätsgleichung: $v_1 A_1 = v_2 A_2$
Pascalsches Gesetz: $\rho(dv/dt) + (dp/dx) = 0$
Bernouillisches Ges.: $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$
Auftriebskraft: $F = A\rho v\Delta v$ ($= A(p_1 - p_2)$)

Viskosität: $\eta = (F_\parallel/A)/(dv/dh)$

Strömung durch Rohr (Länge l, Radius R):
$F_{\Delta p} = (p_1 - p_2)\pi r^2 = F_{Reib} = \eta A(dv/dr)$
$\Rightarrow v(r) = (\Delta p/2\eta l)(R^2 - r^2)$

Strom: $J_{Rohr} = dV/dt = {}_0\int^R v(r)2\pi r\, dr = (\pi/8\eta)(\Delta p/l)R^4$

Flüssigkeit:

Druck: $p = F_\perp/A$
$\Delta p = -K\cdot(\Delta V/V_0) \Rightarrow K = -V(dp/dV)$, $\kappa = -(1/V)\cdot(dV/dp)$

Schweredruck: $p_{Tief} = \rho gh$
Auftrieb: $\mathbf{F}_{Auftrieb} = \mathbf{F}_{unten} - \mathbf{F}_{oben} = A\rho g(h_{unten} - h_{oben})$

Oberflächenspannung: $\gamma = F_\gamma/l \approx 0{,}61\cdot(b/r_0^2)$ (Lennard-Jones)
Grenzflächenspannung γ_{AB}: $\cos\varphi = -\gamma_{AB}/\gamma$ ($|\gamma| > |\gamma_{AB}|$)
<0: anziehend >0: abstoßend sonst vollst. Benetzung

Innendruck Wasserkugel: $p_i = 2\gamma/r$
Kapillaren: $F = 2\pi r\gamma = mg = \pi r^2\Delta h\rho g \Rightarrow \Delta h = 2\gamma/\rho r \Rightarrow p = \Delta\rho g = 2\gamma/$

„Druck-Energie": $E_{Druck} = pV$

Differentialgleichungen und Lösungen:

1) $x' = \pm a \pm bx$ zB. Kugel in Wasser (Stokes) (v statt x)
$\Rightarrow x(t) = (x_s + x_h) = -{}^{\pm a}/_{\pm b} + C\cdot e^{\pm bt}$
Methode: b ausklammern, Variablensep., Integrieren, e hoch
2a) $x'' = \pm a + bx$ zB. Seilaufgabe ($\pm a = 0$)
$\Rightarrow x(t) = x_s + x_h = -{}^{\pm a}/_b + (A\cdot e^{\sqrt{b}\cdot t} + B\cdot e^{-\sqrt{b}\cdot t}) = -{}^{\pm a}/_b + C\cdot\cosh(\sqrt{b}\cdot t + \varphi)$
Methode: x_s „raten", x_h Standardansatz mit e-Funktion
2b) $x'' = \pm a - bx$ zB. harmon. Oszi, ungedämpft ($\pm a = 0$, $b = {}^c/_m$)
$\Rightarrow x(t) = x_s + x_h = {}^{\pm a}/_b + (A\cdot\cos(\sqrt{b}\cdot t) + B\cdot\sin(\sqrt{b}\cdot t)) = {}^{\pm a}/_b + C\cdot\cos(\sqrt{b}\cdot t + \varphi)$
Methode: x_s „raten", x_h Standardansatz mit cos-Funktion
3a) $x'' = \pm a \pm bx' + cx$
$\Rightarrow x(t) = x_s + x_h = -{}^{\pm a}/_c + (A\cdot e\{\frac{1}{2}(\pm b + \sqrt{(b^2+4c)})\cdot t\} + B\cdot e\{\frac{1}{2}(\pm b - \sqrt{(b^2+4c)})\cdot t\})$
Methode: Claudi
3b) $x'' = \pm a \pm bx' - cx$
$\Rightarrow$ Fallunterscheidung: $D = b^2 - 4c$ >=< 0 ?
Methode: Claudi

Integrationsmethoden:

- Substitution, logarithmische Integration
$\int g(f(x))\cdot f'(x)\, dx = \int g(\xi)\, d\xi$ mit $\xi = f(x)$
- partielle Integration: $\int uv' = uv - \int u'v$
wähle: v integrierbar, u schön differenzierbar

fortschreitende (transversale) sin-Welle

$y(x,t) = y_0\sin(\omega t - kx)$ $k = {}^{2\pi}/_\lambda$ (Wellenzahl)
Phasengeschw.: $c = {}^\lambda/_T = \lambda f = {}^\omega/_k$
Wellengleichung: ${}^{\partial^2 y}/_{\partial x^2}\cdot{}^1/_{k^2} = {}^1/_{\omega^2}\cdot{}^{\partial^2 y}/_{\partial t^2}$
$\Rightarrow {}^{\partial^2 y}/_{\partial x^2} = {}^1/_{c^2}\cdot{}^{\partial^2 y}/_{\partial t^2}$ (Newton: =

$\Rightarrow c^2 = \sigma/\rho$

Konstanten:

$M_E = 5{,}977\cdot10^{24}kg$
$M_S = 1{,}98\cdot10^{30}kg$
$R_E = 6368$ km
$R_S = 6{,}96\cdot10^8 m$
$r_E = 1{,}496\cdot10^{11}m = 1$ AE
$u = 1{,}660540\cdot10^{-27}kg$
$N_A = 6{,}0221\cdot10^{23}mol^{-1}$
$k_B = 1{,}3807\cdot10^{-23}J/K$
$m_p = 1{,}67262\cdot10^{-27}kg$
$m_e = 9{,}1094\cdot10^{-31}kg$
$e = 1{,}6022\cdot10^{-19}C$
$g = 9{,}81\ m/s^2$
$G\ (\gamma) = 6{,}674\cdot10^{-11}m^3/kg\cdot s$
$c = 2{,}99792458\cdot10^8 m/s$
$h = 6{,}6261\cdot10^{-34}Js$

schiefe Ebene:

$F_N = F_g\cdot\cos\varphi$ $F_H = F_g\cdot\sin\varphi$

herunterrollender Vollzylinder:
$v(t) = r\cdot\omega(t)$ $a = dv/dt = r\cdot d\omega/dt = r\cdot\alpha =$ const.
Energie:
$mg\Delta h = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4} mr^2\omega^2 = \frac{3}{4} mv^2$ ($\Delta h = x\cdot\sin\varphi$)
$a =$ const. $\Rightarrow v^2 = 2ax \Rightarrow a = {}^2/_3\, g\cdot\sin\varphi$

gekoppelte Schwingung:

$a_1 + \omega_1^2 x_1 + {}^C/_{m_1}(x_1 - x_2) = 0$ Vereinfachung:
$a_2 + \omega_2^2 x_2 + {}^C/_{m_2}(x_2 - x_1) = 0$ $m = m_1 = m_2$ $\omega = \omega_1 = \omega_2$
Addition: $a_1 + a_2 + \omega^2(x_1 + x_2) = 0$
Subtraktion: $a_1 - a_2 + \omega^2(x_1 - x_2) + 2^C/_m(x_1 - x_2) = 0$
$q_{symm.} = x_1 + x_2$ $q_{antisymm.} = x_1 - x_2$
$q_s'' + \omega^2 q_s = 0$ / $q_a'' + (\omega^2 + 2^C/_m)q_a = 0$
harmon. Schwingungen:
$q_s(t) = A_s\sin(\omega t + \varphi_s)$ / $q_a(t) = A_a\sin(\sqrt{(\omega^2 + 2^C/_m)}\cdot t + \varphi_a)$
Rücktransformation:
$x_1(t) = \frac{1}{2}(A_s\sin(\omega t + \varphi_s) + A_a\sin(\sqrt{(\omega^2+2^C/_m)}\cdot t + \varphi_a))$
$x_2(t) = \frac{1}{2}(A_s\sin(\omega t + \varphi_s) - A_a\sin(\sqrt{(\omega^2+2^C/_m)}\cdot t + \varphi_a))$
(s) (a)
AB:
1) $x_1(0) = x_2(0) = x_0$, $v_1(0) = v_2(0) = 0 \Rightarrow A_s = 2x_0$, $A_a = 0$, $\varphi_s = {}^\pi/_2$
$x_1(t) = x_2(t) = x_0\cos\omega t$ symmetrische Normalschw.
2) $x_1(0) = x_0$, $x_2(0) = -x_0$, $v_1(0) = v_2(0) = 0 \Rightarrow A_s = 0$, $A_a = -2x_0$, $\varphi_a = {}^\pi/_2$
$x_1(t) = -x_2(t) = -x_0\cos(\sqrt{(\omega^2 + 2^C/_m)}\cdot t)$ antisymm. Normals.
3) $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = x_0$, $v_1(0) = v_2(0) = 0 \Rightarrow$ Schwebung
$x_1(t) = x_0\sin(((\omega_a - \omega_s)/2)\cdot t)\cdot\sin(((\omega_a + \omega_s)/2)\cdot t)$
$x_2(t) = x_0\cos(((\omega_a - \omega_s)/2)\cdot t)\cdot\cos(((\omega_a + \omega_s)/2)\cdot t)$

Schallwellen:

$\Delta p(x,t) = K\cdot k\cdot\xi_0\cdot\cos(\omega t - kx)$
[$\xi(x,t) = \xi_0\sin(\omega t - kx)$ l-änderung d. Luftpakets in Ausbreitungsrichtung]
Schallgeschw.: $c^2 = 1/\rho\kappa$
[κ abhängig von Medium]
Wellengl.: $\partial^2\xi/\partial x^2 = \rho\kappa\cdot\partial^2\xi/\partial t^2$

erzwungene Schwingung: (nach Einschwingen $\omega = \omega_0$)

$ma = -\gamma v - m\omega_0^2 t + F_0\sin\omega t$
Lsg.-Ansatz: $x(t) = x_0\cdot\sin(\omega t + \varphi)$
trigon. Umformungen, Koeff.vergleich ⇒
$x_0 = [(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2 - \omega^2) + (\omega\gamma/m)^2)}]$
$\sin\varphi / \cos\varphi = -\omega\gamma / m(\omega_0^2 - \omega^2)$

DGL Methode Claudi:

$x'' + bx' + cx = 0$ (inhomogene DGL: spezielle Lsg. „sehen" + addieren)
1. Ansatz: $x(t) = e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda^2 e^{\lambda t} + b\lambda e^{\lambda t} + ce^{\lambda t} = 0$
2. charakterist. Gleichung $\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(-b \pm \sqrt{(b^2 - 4c)})$
3. Fallunterscheidung: $b^2 - 4c$
a) >0: $\lambda_1 \neq \lambda_2$ reell $\Rightarrow x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$
b) =0: $\lambda_1 = \lambda_2 =: \lambda$ reell $\Rightarrow x(t) = (A + Bt)\cdot e^{\lambda t}$
c) <0: $\lambda_{1,2} = \lambda_r + i\lambda_i$ komplex, $\lambda_r = -{}^b/_2$, $\lambda_i = \frac{1}{2}\sqrt{(4c - b^2)}$
$\Rightarrow x(t) = (A\cdot\cos\lambda_i t + B\cdot\sin\lambda_i t)\cdot e^{\lambda_r t}$

Integrieren „mit Trick" („Raketenflucht"):

$mr'' = -\gamma mM\cdot(1/r^2)$
$d/dt\ r'^2 = 2r'r'' \Rightarrow$ oben mit 2r' erweitern
$d/dt\ r'^2 = -2\gamma M\cdot(2r'/r^2) = -2\gamma M\cdot d/dt(-1/r) \Rightarrow \int$
$r'^2 = 2\gamma M\cdot(1/r) + C$ AB: $r'^2(0) = v_F^2 = {}^{2\gamma M}/_R \Rightarrow C = 0$
$r' = \sqrt{(2\gamma M/r)} \Rightarrow$ Variablenseparation etc.
$\Rightarrow r(t) = ({}^3/_2\sqrt{(2\gamma M)}\cdot t + R^{3/2})^{2/3}$

Dopplereffekt

v_{Quelle}, v_{Medium}, $v_{Beobachter}$, $\lambda_{Medium} = (c + v_M \cdot v_Q)/f_Q$
vom Beobachter wahrgenommen:
$f_B = (c + v_M \cdot v_B)/\lambda_M = [(c + v_M \cdot v_B)/(c + v_M \cdot v_Q)]\cdot f_Q =$
$[(1 + {}^{v_M}/_c - {}^{v_B}/_c)/(1 + {}^{v_M}/_c - {}^{v_Q}/_c)]\cdot f_Q$
Fallbetrachtung:
für $v_B = v_Q = 0 \Rightarrow f_B = f_Q$ (kein D.-Effekt, wenn sich nur Medium bewegt)
in anderen Fällen schon $\Rightarrow f_B = f_Q\cdot\ldots$ (s.o.)

Seilaufgabe (gesamt: l, anfangs überhängend: b)

ohne Reibung: $ma = g\cdot{}^m/_l\cdot x \Rightarrow x(t) = b\cdot\cosh(\sqrt{({}^g/_l)}\cdot t)$
$T = \sqrt{}^l/_g\cdot\ln({}^{l + \sqrt{(l^2 - b^2)}}/_b) = \sqrt{}^l/_g\cdot\text{Arcosh}({}^l/_b)$, $v(T) = \sqrt{}^g/_l\cdot\sqrt{(l^2 -}$
mit Reibung: $ma = g\cdot{}^m/_l\cdot x - \mu\cdot g\cdot{}^m/_l\cdot(l - x) \Rightarrow$
$x(t) = x_s + x_h = l\cdot({}^\mu/_{1+\mu}) + (b - l\cdot({}^\mu/_{1+\mu}))\cdot\cosh(\sqrt{({}^g/_l(1+\mu))}$
Abkürzungen: $A = l\cdot({}^1/_{1+\mu})$, $B = b\cdot(1 - {}^l/_b\cdot{}^\mu/_{1+\mu})$
$T = \sqrt{}^A/_g\cdot\ln[{}^A/_B + {}^{\sqrt{(A^2 - B^2)}}/_B]$

Anziehungskraft von Kreisscheibe (Radius a) **auf Punktmasse m** (Abstand b)

Kreisring: $dF_\perp = -\gamma^{mdM}/_{R^2}\cdot\cos(\arccos(b/R))$ mit $R^2 = r^2 + b^2$, $dM = \sigma 2\pi r dr$
$\Rightarrow F_\perp = {}_0\int^a dF_\perp = \ldots$ (Subst. $\xi = r^2 + b^2$) $\ldots = -2\gamma m\sigma\pi(1 - b/\sqrt{(a^2 + b^2)})$

freier Fall mit Newton-Reibung ~ v^2

$mv' = mg - kv^2$
$\Rightarrow v(t) = \sqrt{({}^{mg}/_k)}\cdot\tanh(\sqrt{({}^{gk}/_m)}\cdot t)$
(Variablensep., Subst. $\xi = \sqrt{({}^k/_{gm})}\cdot v$)
$h(t) = h_0 - {}_0\int^t v(t')dt'$
... Subst. $\xi = \cosh(\sqrt{({}^{gk}/_m)}\cdot t)$
$\Rightarrow h(t) = h_0 - {}^m/_k\cdot\ln(\cosh(\sqrt{({}^{gk}/_m)}\cdot t)))$

Gravitationsenergie einer Kugel

Zerlegung in Zwiebelschalen; pot. Energie durch Anziehung der inneren Schalen (von außen hebt sich's weg)
$dE = {}^{\gamma M(r)dm}/_r$ (M(r): innerhalb, dm: Schale)
$M(r) = \rho^4/_3\pi r^3$, $dm = 4\pi r^2 dr$
$E = {}_0\int^R dE = {}^3/_5\gamma({}^{M^2}/_R)$ mit 2x: $M = \rho^4/_3\pi R^3$

Gedämpfte Schwingung (in Flüssigkeit)

$ma = -kx - \gamma v$
Methode Claudi:
bei schwacher Dämpfung ($\gamma^2 < 4mk$):
$x(t) = x_0(\cos\lambda_i t - (\lambda_r/\lambda_i)\sin\lambda_i t)\cdot e^{\lambda_r t}$
mit $\lambda_r = -\gamma/2m$ $\lambda_i = (\sqrt{(4mk - \gamma^2)})/2m$

Raketenaufgabe

Impulserhaltung im SP-System (mit g nach unten beschleunigt!)
$\mathbf{p}_{Rakete} + \mathbf{p}_{Gas} = \mathbf{p}_{gesamt} =$ const. $\Rightarrow m_R(t)\mathbf{v}_R(t) + \Sigma(\alpha\Delta t\cdot\mathbf{v}_G(t)) =$ const.
$(m_0 - \alpha t)\mathbf{v}_R(t) + {}_0\int^t\alpha(\mathbf{v}_R(t') - \mathbf{v}_{0,G})dt' =$ const. diff. $\Rightarrow \mathbf{a}_R(t) = \alpha v_0/(m_0 - \alpha t)$
Umrechnung ins beschleunigte Bezugssystem: $a_R(t) = \mathbf{a}_R(t) - g$
$v_R(t) = -v_0\ln((m_0 - \alpha t)/m_0) - gt$, $x_R(t) = v_0 t + v_0[(m_0 - \alpha t)/\alpha]\ln((m_0 - \alpha t)/m_0) - \frac{1}{2} gt^2$
mit $T = (m_0 - m_1)/\alpha$ Brennschluss:
$v_R(T) = -v_0\ln(m_1/m_0) - gT$, $x_R(T) = v_0 T[1 + (m_1/(m_0 - m_1))\ln(m_1/m_0)] - \frac{1}{2} gT^2$
Steighöhe: $\frac{1}{2} mv^2(T) = mg\Delta h \Rightarrow \Delta h = v^2(T)/2g \Rightarrow h = x(T) + \Delta h$

Beladen eines Eisenbahnwaggons

Impulserhaltung: $M_0 v_0 = (M_0 + \lambda t)\cdot v(t)$
integrieren $\Rightarrow x(t) = (M_0 v_0/\lambda)\cdot\ln[(M_0 + \lambda t)/M_0]$
$t = {}^{M_0}/_\lambda\cdot(e^{\lambda x/M_0 v_0} - 1)$

abrutschende Masse auf Kugel

(h und φ ab Äquator nach oben)
$\frac{1}{2} mv^2 + mgh = mgr$
$v^2 = 2g(r - h) = 2gr(1 - \sin\varphi)$
$F_N = F_Z \Rightarrow mg\cdot\sin\varphi = mv^2/r$
$\Rightarrow \varphi = 41{,}9°$, $h = {}^2/_3 r$, $v = \sqrt{({}^2/_3 gr)}$

schwingende Flüssigkeit in V-Rohr

Kräfteansatz $\Rightarrow a = -{}^g/_l(\sin\alpha + \sin\beta)\cdot x$

Taylorreihe: $f(x) = {}_{k=0}{}^\infty\Sigma\ {}^1/_{k!}\cdot f^{(k)}(x_0)\cdot(x - x_0)^k = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0) + \ldots$

Thermodynamik – Kreisprozesse

Isotherme Expansion $V_1 < V_2$
$dU = 0$ da T=const. $\Rightarrow dQ = dW$
Entnahme von Q aus Wärmebad / Gas leistet Arbeit
$dQ = dW = p\, dV = nRT/V\, dV \Rightarrow Q = W = \int dW = nRT\int dV/V = nRT\cdot\ln V_2/V_1$ (> 0)

Isotherme Kompression $V_1 > V_2$
$dU = 0$ da T=const. $\Rightarrow dQ = dW$
Abgabe von Q ans Wärmebad / Gas nimmt Arbeit auf
$Q = W = nRT\cdot\ln V_2/V_1$ (< 0)

Adiabatische Expansion $V_1 < V_2$ / $T_1 > T_2$
$dQ = 0 \Rightarrow dU = -dW$
Gas leistet Arbeit
$dW = -dU = -C_V\, dT \Rightarrow W = \int dW = -C_V\int dT = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2)$ (> 0)

Adiabatische Kompression $V_1 > V_2$ / $T_1 < T_2$
$dQ = 0 \Rightarrow dU = -dW$
Gas nimmt Arbeit auf
$W = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2)$ (< 0)

Isobare Expansion $V_1 < V_2$ / $T_1 > T_2$
Entnahme von Q aus Wärmebad / Gas leistet Arbeit
$p =$ const. $\Rightarrow dW = p\, dV \Rightarrow W = \int dW = p\int dV = p(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1)$ (> 0)
$dQ = dU + dW = C_V\, dT + nR\, dT = C_p\, dT \Rightarrow Q = \int dQ = C_p\int dT = C_p(T_2 - T_1)$ (> 0)

Isobare Kompression $V_1 > V_2$ / $T_1 < T_2$
Abgabe von Q ans Wärmebad / Gas nimmt Arbeit auf
$W = p(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1)$ (< 0)
$Q = C_p(T_2 - T_1)$ (< 0)

Isochore Zustandsänderung V = const. / $T_1 \neq T_2$ / $p_1 \neq p_2$
$dW = 0 \Rightarrow dU = dQ$
$dQ = dU = C_V\, dT \Rightarrow Q = \int dQ = C_V\int dT = C_V(T_2 - T_1)$ (je nach $T_2 - T_1$)

Wirkungsgrad η = total geleistete W / aus Wärmebad entnommenes Q
$= \Sigma\, W / \Sigma\, Q(>0)$ < 1, umso größer je größer ΔT

Wärmepumpe „η" $= \Sigma\, Q(>0) / \Sigma\, W$ > 1, umso größer je kleiner ΔT

$pV = nRT = Nk_BT$ n: Stoffmenge (mol) N: Teilchenzahl (1)

1. Hauptsatz: $dU = dQ - dW$ (dW = vom System geleistete Arbeit)

2. Hauptsatz: $dS = dQ / T$

Wärmekapazität C: $Q = C\Delta T$
spezifische Wärme $c = C/m$ $= mc\Delta T$
molare Wärmekapazität $C_m = M_m c$ $= nC_m\Delta T$

$dU = C_V\, dT = {}^3/_2 nR\, dT$ $C_V = {}^3/_2 nR$ $C_P = C_V + nR = {}^5/_2 nR$ $R = N_A k_B$
${}^3/_2$ & ${}^5/_2$ für einatomige / ideale Gase

Adiabatengleichung $PV^\kappa =$ const. / $TV^{\kappa-1} =$ const. mit $\kappa = C_p/C_V$

Carnot-Wirkungsgrad $\eta = 1 - Q_k/Q_W = 1 - T_k/T_W$

Thermische Ausdehnung

linearer Ausdehnungskoeffizient $\alpha = (\Delta l/l)/\Delta T \Rightarrow \Delta l = \alpha l\, \Delta T$
Volumenausdehnungskoeffizient $\gamma = (\Delta V/V)/\Delta T = 3\alpha$

van-der-Waals-Gleichun

$(p + an^2/V^2)(V - bn) = nRT$

kinetische Energie & Temperatur

$\langle E_{kin}\rangle = \langle{}^1/_2 mv^2\rangle = {}^3/_2 k_BT$ ein Teilchen!
$= {}^3/_2 Nk_BT = {}^3/_2 nRT$ N Moleküle (n mol)

Wärmeleitung & Wärmestrom

$I = dQ/dt = -\lambda A\ \Delta T/\Delta x$ ($= -\lambda\cdot$grad T
$-\Delta T = RI$ mit $R = \Delta x/\lambda A$

Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$dN/N = (4/\sqrt{\pi})(m_M/2k_BT)^{3/2} v^2 \exp(-m_M v^2/2k_BT)\, dv$
$= (4/\sqrt{\pi})(1/2RT)^{3/2} v^2 \exp(-v^2/2RT)\, dv$

Wärmeleitungs- / Diffusionsgleichung

$dT/dt = (\kappa/\rho c)\cdot$div grad T
⇑ Temperaturleitfähigkeit

Materietransport (1. Ficksches Gesetz)
$\mathbf{j}_N = -D\cdot$grad n (D Diffusionskoeffizien

Diffusionsgleichung (2. Ficksches Ges.
$dn/dt = D\cdot$div grad n

Phasenübergang

Clausius-Clapeyron $\Lambda/T = (dp/dT)(V_{gas}/m - V_{fl}/m)$
Λ = molare Verdampfungswärme
dp/dT = Steigung der Dampfdruckkurve

Elektrodynamik	**Thermodynamik**
Ladung Q	Wärmemenge Q
Spannung (Potential) U (Δφ)	Temperaturdifferenz Δϑ
el. Leitfähigkeit λ = 1/ρ	Wärmeleitfähigkeit λ
Strom I = dQ/dt	Wärmestrom I = dQ/dt
Leistung P = UI	Wärmeleistung P = Δϑ dQ/dt
el. Energie $E = {}^1/_2 QU$	Wärmearbeit ${}^1/_2 Q\Delta\vartheta$

Konstanten:
$e = 1{,}602\cdot10^{-19}$ C
$m_e = 9{,}109\cdot10^{-31}$ kg
$m_p = 1{,}673\cdot10^{-27}$ kg
$\varepsilon_0 = 8{,}854\cdot10^{-12}$ As/Vm
$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N/A^2 (Vs/Am)
$c = 2{,}998\cdot10^8$ m/s
$E_{max,Luft} \approx 3\cdot10^6$ V/m
$c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$
$h = 6{,}626\cdot10^{-34}$ Js
$N_A = 6{,}022\cdot10^{23}$ 1/mol
$k_B = 1{,}381\cdot10^{-23}$ J/K

U/φ: 1 V = 1 J/C = W/A
I: 1 A = 1 C/s
Q: 1 C = 1 As
C: 1 F = 1 C/V
R: 1 Ω = 1 V/A = 1/S
L: H = Wb/A = Tm^2/A = Vs/A
Φ_m: 1 Wb = 1 Tm^2 = 1 HA
P: 1 W = 1 J/s = 1 VA
W: 1 J = 1 Nm / eV = (e/C) J
F: 1 N =
E: 1 N/C = 1 V/m
B: T = N/Am = Vs/m^2 = 10^4 G

Coulomb-Gesetz
$\mathbf{F}=(1/4\pi\varepsilon_0)\cdot(q_1q_2/r^2)\cdot(\mathbf{r}/r) = q\mathbf{E}$

Elektrischer Fluss:
$\Phi_{el} = \mathbf{E\cdot A} = E_n A = EA\cdot\cos\theta$

Gaußsches Gesetz
$\Phi_{el,ges} = \oint_A \mathbf{E\cdot dA} = \oint_A E_n\, dA = Q_{innen}/\varepsilon_0 = \int_V(\rho/\varepsilon_0)dV = \int_V \mathrm{div}\,\mathbf{E}\, dV$

E-Feld
$\mathbf{E}=\mathbf{F}/q_0 = \Sigma(1/4\pi\varepsilon_0)(q_i/r_i^2)(\mathbf{r}_i/r_i) = \int_V \mathbf{dE} = \int_V(1/4\pi\varepsilon_0)(dq/r^2)(\mathbf{r}/r) = (1/4\pi\varepsilon_0)\int_V(\rho(\mathbf{r})dV/r^2)\cdot(\mathbf{r}/r)$

Unstetigkeit des E-Feldes (zweidimensional, σ)
$\Phi_{el,ges} = E_1A - E_2A = \sigma A/\varepsilon_0 \Rightarrow E_1 - E_2 = \sigma/\varepsilon_0$

Potential(differenz), Spannung
$d\varphi = dE_{pot}/q_0 = -\mathbf{E\cdot d}l \Rightarrow \Delta E_{pot} = q\Delta\varphi = qU$
$U_{ba} = \Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = -\int_a^b \mathbf{E\cdot d}l = W/q_0$

Potential einer/vieler Punktladung(en) ($\varphi_0=0$ bei $r=\infty$)
$\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0)(q/r) + \varphi_0$ / $\varphi = \Sigma(1/4\pi\varepsilon_0)(q_i/r_i)$

Potential einer kontinuierlichen Ldg.verteilung ρ
$\varphi = \int(1/4\pi\varepsilon_0)(dq/r) = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot\int(\rho(\mathbf{r})/r)\cdot dV$

elektrostat. pot. Energie eines Systems von Punktldg.
$W = \Sigma(1/4\pi\varepsilon_0)(q_aq_b/r_{ab})$

Elektrisches Dipolmoment
$\mathbf{p}=ql$
Drehmoment in E-Feld
$\mathbf{M}=\mathbf{p}\times\mathbf{E}$
pot.Energie (=0 für $\mathbf{p}\perp\mathbf{E}$)
$E_{pot} = -pE\cos\theta = -\mathbf{p\cdot E}$

$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\nabla\varphi$

Kugelsymmetr. Ldg.verteilg.
$\mathbf{E} = -(d\varphi/dr)(\mathbf{r}/r)$

Poisson-Gleichung:
$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \nabla\cdot\mathbf{E} = \rho(\mathbf{r})/\varepsilon_0$
(Quelle d. E-Feldes: Ldg.)

$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = -\mathrm{div\,grad}\,\varphi = -\Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0$

konkrete E-Felder (λ,σ,ρ Ladungsdichten) MIT COULOMB
seitlich (d) endl. Linienldg. (l): $E_x=(1/4\pi\varepsilon_0)\cdot\lambda\cdot\int(dx/(l+d-x)^2) = (1/4\pi\varepsilon_0)(Q/(l+d)d)$
Mittelsenkr. (y) endl. " (l): $E_y=2\cdot(1/4\pi\varepsilon_0)\cdot(\lambda/y)\cdot\int_0^\theta\cos\theta\, d\theta = (1/2\pi\varepsilon_0)\cdot(\lambda/y)\cdot(^1/_2 l/\sqrt{((^1/_2 l)^2+y^2)})$
Abst. r von unendl. Linienldg.: $E_r= (1/2\pi\varepsilon_0)\cdot(\lambda/r)$
Achse (x) von homog. Ringldg.(a): $E_x=(1/4\pi\varepsilon_0)\cdot\int(xdq/(x^2+a^2)^{3/2}) = (1/4\pi\varepsilon_0)(Qx)/(x^2+a^2)^{3/2}$
Achse (x) von homog. Scheibe (R): $E_x=(1/4\varepsilon_0)x\sigma\cdot\int_0^R(x^2+a^2)^{-3/2}\cdot2a\,da = (\sigma/2\varepsilon_0)(1-(x/\sqrt{(x^2+R^2)}))$
[Abst. x] von unendl. Ldg.ebene: $E_x= \sigma/2\varepsilon_0$ (x>0) / $E_x= -\sigma/2\varepsilon_0$ (x<0)

konkrete E-Felder MIT GAUß
[Abst. x] von unendl. Ldg.ebene: Zylinder ⇒ $E_x= \sigma/2\varepsilon_0$
Abst. r von unendl. Linienldg.: Zylinder ⇒ $E_r= (1/2\pi\varepsilon_0)(\lambda/r)$
Abst. r von Achse von hom. Zyl.mantel (R): Zylinder ⇒ $E_r= 0$ (r<R) / wie Linienldg. (r>R)
Abst. r von Achse von hom. Zylinder (R): Zylinder ⇒ $E_r= (1/2\pi\varepsilon_0)(\lambda r/R^2)$ (r≤R) / " (r≥R)
Abst. r von Mittelp. von hom. Kugelschale (R): Kugel ⇒ $E_r= 0$ (r<R) / wie Punktldg. (r>R)
Abst. r von Mittelp. von hom. Kugel (R): Kugel ⇒ $E_r= (1/4\pi\varepsilon_0)(Qr/R^3)$ (r≤R) / " (r≥R)
dicht über geladener Leiteroberfl.: $E_n= \sigma/\varepsilon_0$ (innerhalb E=0 !)

konkrete Potentiale
auf der Achse (x) einer Ringldg.(a): $\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0)(Q/\sqrt{(x^2+a^2)})$
auf d.Achse (x) einer hom.Scheibe (R): $\varphi = (\sigma/2\varepsilon_0)[\sqrt{(x^2+R^2)} - x]$
nahe einer unendl. Ldg.ebene: $\varphi = -\int(\sigma/2\varepsilon_0)\,dx = \varphi_0-(\sigma/2\varepsilon_0)x$ (x>
⇒ stetig, Max. bei x=0 $= \varphi_0+(\sigma/2\varepsilon_0)x$ (x<
Abst. r von Mittelp. von hom.Kugelschale (R): $\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0)(Q/R)$ (r≤
$= (1/4\pi\varepsilon_0)(Q/r)$ (r
Abst. r von unendl. Linienldg.: $\varphi = \varphi_0-(1/2\pi\varepsilon_0)\cdot\lambda\cdot\ln r$
mit φ=0 bei r=a: $\varphi = -(1/2\pi\varepsilon_0)\cdot\lambda\cdot\ln(r/a)$
in großem Abstand **r** von Dipol **p**: $\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot(\mathbf{p\cdot r}/r^3)$

Strom $I = dQ/dt = nqAv_d$ (v_d Driftgeschw., n Ladungsträgerdichte

Stromdichte $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} \Rightarrow I = \int_A \mathbf{j\cdot dA}$

mikroskopische Deutung von I und ρ / R
$\rho = m_e/ne^2\tau$ mit $\lambda = \langle v\rangle\tau \Rightarrow \rho = m_e\langle v\rangle/ne^2\lambda$
$v_d = \mu E$ mit $\mu = (e/m_e)\tau$ $\sigma = 1/\rho = en\mu \Rightarrow j = en\mu E$

Kondensator C=Q/U
Plattenkondensator $C=\varepsilon_0A/d$ $E=U/d = \sigma/\varepsilon_0$
Zylinderkondensator (Koaxkabel): (Radien b>a)
$U = -\int E_r dr = -(Q/2\pi\varepsilon_0 l)\cdot\ln(b/a)$
$C = Q/U = (2\pi\varepsilon_0 l)/\ln(b/a)$

C-Parallelschaltung: $C = C_1+C_2$
C-Reihenschaltung: $(1/C) = (1/C_1) + (1/C_2)$
⇒ $C = C_1C_2/(C_1+C_2)$

Energie im E-Feld
$W = \int_0^Q(q/C)dq = {^1/_2}\cdot(Q^2/C) = {^1/_2}\cdot QU = {^1/_2}\cdot CU^2$
$= {^1/_2}\cdot EDV = {^1/_2}\cdot\varepsilon E^2V$

Energiedichte $w = {^1/_2}\cdot ED = {^1/_2}\cdot\varepsilon E^2$
für jedes E-Feld, nicht nur Kondensator!

Dielektrikum: E-Feld kleiner ⇒ U kleiner / Q größer ⇒ C größer

Polarisierbarkeit α: $\mathbf{p}_{ind} = \alpha\mathbf{E}$

relative Dielektrizitätskonst. ε_r / diel.Suszeptibilität $\chi_e=\varepsilon_r - 1$

E-Feld im Dielektrikum: $E = E_0/\varepsilon_r$

Kondensator mit Dielektrikum: $C = \varepsilon_rC_0$ / $U=U_0/\varepsilon_r$ oder $Q=\varepsilon_rQ_0$

|# | : $U = E_0\cdot d_0 + (E_0/\varepsilon_r)\cdot d_\#$ / |***| : $C = (a_0/a)\cdot C_0 + (a_*/a)\cdot\varepsilon_rC_0$
(Integration $U = \int E\cdot ds$) (C: Parallelschaltung)

Dielektrische Verschiebung $\mathbf{D} = \sigma\cdot\mathbf{E}/E = \varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E} \Rightarrow \mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$

Für die Erzeugung der D-Linien sind die wahren Ladungen des Kondensators verantwortlich; für die Erzeugung der E-Linien sind die nicht kompensierten freien Ladungen des K. verantw.

|# | : $D_M = D_V$ $E_M=(1/\varepsilon_r)E_V$ / |***| : $E_M = E_V$ $D_M=\varepsilon_rD_V$

$E_{tangential}$ & D_{normal} stetig, E_{normal} & $D_{tangential}$ Sprung

ohmscher Widerstand R = U/I   Leitwert G = 1/R

spezifischer Widerstand ρ: $R = \rho\cdot(l/A)$ Leitfähigkeit $\sigma = 1/\rho$

Reihenschaltung $R = R_1+R_2$ Parallel: $(1/R)=(1/R_1)+(1/R_2)$

Joulesche Wärme(leistung) in R: $P = UI = RI^2 = U^2/R$

Kirchhoffsche Regeln
Knotenregel $\Sigma I_n = 0$
Maschenregel $\Sigma U_Q = \Sigma U_R$

Wheatstonesche Brücke
über Kreuz: $R_1R_4=R_2R_3$ ($^1{}_3$<>$^2{}_4$)

RC-Kreise
Entladen eines Kondensators $dQ/dt = -(1/RC)\cdot Q$
⇒ $Q(t) = Q_0\cdot e^{-t/\tau}$ mit $\tau = RC$ $I(t) = (U_0/R)\cdot e^{-t/\tau}$

Laden eines Kondensators $U = R(dQ/dt) + Q/C$
⇒ $Q(t) = CU(1-e^{-t/\tau})$ mit $\tau = RC$ $I(t) = (U/R)\cdot e^{-t/\tau}$
$W_{Batt} = QU = U^2C$ / $W_C = W_R = {^1/_2}\cdot U^2C$

konkrete B-Felder MIT BIOT-SAVART
Mittelpunkt einer Leiterschleife (R): $B = \mu_0I/2R = \mu_0\mathbf{m}_m/2\pi R^2$
auf Achse (x) einer Leiterschl. (R): $B_x = (\mu_0/2)(R^2I/(x^2+R^2)^{3/2})$
in großem Abstand (x>>R): $B_x = (\mu_0/2)(R^2I/x^3) = (\mu_0/2\pi)(m_m/x^3)$
auf Achse einer Zylinderspule (im Ursprung; Spule geht von –a nach b)
$B_x = (\mu_0nI/2)[(b/\sqrt{(b^2+R^2)})+(a/\sqrt{(a^2+R^2)})]$
in der Mitte einer langen Zylinderspule: $B_x = \mu_0nI$
am Ende einer langen Zylinderspule: $B_x = {^1/_2}\mu_0nI$
Abst. R von geradem stromdurchfl.Leiter: $B_o = (\mu_0/4\pi)(I/R)(\sin\theta_1 + \sin$
...unendl. langer Leiter: $B_o = \mu_0I/2\pi R = (\mu_0/2\pi)(\mathbf{I}\times\mathbf{R})/R^2$

konkrete B-Felder MIT AMPERE
unendlich langer gerader stromdurchflossener Leiter (s.o.)
innerhalb des Drahts (r<R): $B_o = (\mu_0/2\pi)(I/R^2)\cdot r$
innerhalb eines stromführenden Hohlzylinders: B = 0
⇒ Koaxkabel: innen wie langer Leiter (s.o.), außen B = 0
im Innern einer Toroid-/Ringspule (Radien a<b): $B_o = (\mu_0NI/2\pi r)$ (a<r<
außerhalb der Ringspule: B = 0
lange Zylinderspule (Rechteck um ein paar Drähte, $B_{außen}$=0) (s.o.)

Magnetfeld $\mathbf{B} = \mu_r\mu_0\mathbf{H}$

Lorentzkraft $\mathbf{F_L} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ $|F_L| = qvB\cdot\sin\theta$
...auf Leiter $= I\mathbf{l}\times\mathbf{B}$ $= IB\cdot\sin\theta$
...auf kl.Leiterabschnitt $d\mathbf{F_L} = I\mathbf{d}l\times\mathbf{B}$

Quellen des B-Feldes
bewegte Punktladung $\mathbf{B} = (\mu_0/4\pi)(q\mathbf{v}\times\mathbf{r}/r)/r^2$

Gesetz von Biot und Savart $d\mathbf{B} = (\mu_0/4\pi)(I\mathbf{d}l\times\mathbf{r}/r)/r^2$

Ampere-Ges. $\oint_C \mathbf{B\cdot d}l = \mu_0I_C = \int_A \mathrm{rot}\,\mathbf{B\cdot dA}$ / $\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}$

Punktladung auf Kreisbahn (Zyklotron)
$F_L = F_Z \Rightarrow qvB = mv^2/r \Rightarrow r = mv/qB$
Zyklotronfrequenz $f = 1/T = qB/2\pi m$
$E_{kin} = {^1/_2}mv^2 = {^1/_2}(q^2B^2/m)r^2$ $\omega = qB/m$

e/m-Versuch
$v_y = at_1 = (eE/m)t_1 = (eE/m)(x_1/v_x)$
$y_1 = {^1/_2}at_1^2 = {^1/_2}(eE/m)(x_1/v_x)^2$
$y_2 = v_yt_2 = (eE/m)(x_1/v_x)(x_2/v_x)$
$y = y_1+y_2 = (eE/mv_x^2)[{^1/_2}x_1^2+x_1x_2]$

Massenspektrometer
$E_{kin} = E_{pot} \Rightarrow {^1/_2}mv^2 = qU$
$v = rqB/m$ (Kreisbahn siehe li.)
⇒ $m/q = B^2r^2/2U$

Kraft einer bewegten Punktladung auf eine andere
$\mathbf{F}_{12} = q_2\mathbf{v}_2\times\mathbf{B}_1 = q_2\mathbf{v}_2\times[(\mu_0/4\pi)(q_1\mathbf{v}_1\times\mathbf{r}_{12}/r_{12})/r_{12}^2]$
$\mathbf{F}_{21} = q_1\mathbf{v}_1\times\mathbf{B}_2 = q_1\mathbf{v}_1\times[(\mu_0/4\pi)(q_2\mathbf{v}_2\times\mathbf{r}_{21}/r_{21})/r_{21}^2]$

magnetischer Fluss $\Phi_m = N\mathbf{B\cdot A} = NB_nA = NBA\cdot\cos\theta$
durch beliebige Fläche & B: $\Phi_m = \int_A N\mathbf{B\cdot dA} = \int_A NB_ndA$

Induktivität L: $\Phi_m = L\cdot I$
Selbst-L einer Zylinderspule: $L = \Phi_m/I = \mu_0n^2Al = \mu_0N^2A/l$

Geschwindigkeitsfilter
$F_{el} = F_{mag} \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow v = E/B$

Drehmoment auf Leiterschleife / Spule
magn. Dipolmoment $\mathbf{m}_m = NI\mathbf{A} = |P|\cdot l$
Drehmoment $\mathbf{M} = \mathbf{m}_m\times\mathbf{B}$ $|M| = NIAB\cdot\sin\theta$
Kraft auf Magnetpol $\mathbf{F} = P\mathbf{B}$
pot.Energie: $E_{pot} = -m_mB\cdot\cos\theta = -\mathbf{m}_m\cdot\mathbf{B}$
$E_{max}(180°)-E_{min}(0°) = 2m_mB$

Hall-Effekt Metallstreifen: Breite b, Dicke d
$F_{el} = -F_{mag} \Rightarrow qE = -qv_dB \Rightarrow U_H = -Eb = -v_dBb$
mit $I = nqv_dA = nev_dbd \Rightarrow U_H = -IB/ned$

Kraft zweier stromdurchfl. Leiter aufeinander
$\mathbf{F}_2 = I_2\Delta l\, B_1 = I_2\Delta l\,(\mu_0I_1/2\pi R)$ (Def. A)

Gegeninduktivität M (2 Stromkreise, I_1 & I_2)
$\Phi_{m2} = L_2I_2 + MI_1$ / $\Phi_{m1} = L_1I_1 + MI_2$

Induktionsspannung, Faraday-Gesetz
$U = \oint_C \mathbf{E\cdot d}l = -d\Phi_m/dt = -NB_n\cdot dA/dt$ bei B=const.
$= -NA\cdot dB_n/dt$ bei A=const.
$= -Bl\,dx/dt = -Bl\,v$ bei Bewegung
$= -L\cdot dI/dt$ Gegen-U in Spule

Energie im B-Feld
$W = \int_0^{I\text{-Ende}}LI\,dI = {^1/_2}\cdot LI^2$
$= {^1/_2}\cdot BHV = {^1/_2}\cdot\mu H^2V = {^1/_2}\cdot B^2V/\mu$

Energiedichte $w = {^1/_2}\cdot BH = {^1/_2}\cdot B^2/\mu$
für jedes B-Feld, nicht nur Spule!

LR-Kreise

Stromkreis mit Spule - Anschalten $U = RI + L\cdot dI/dt$
⇒ $I(t) = (U/R)(1-e^{-t/\tau})$ mit $\tau = L/R$

Spule als U-Quelle (Abschalten) $dI/dt = -(R/L)\cdot I$
⇒ $I(t) = I_0\cdot e^{-t/\tau}$ mit $\tau = L/R$
$W_R = W_{L,Anfang} = {^1/_2}\cdot LI^2$

Wechselstrom – Effektivwerte
Sinus: $I_{eff} = I_0/\sqrt{2}$ $U_{eff} = U_0/\sqrt{2}$
allgemein: $\langle P_\approx\rangle = P_= = RI_{eff}^2$ $R = U_{eff}/I_{eff}$

Magnetisierung $\mathbf{M} = \mathbf{dm}_m/dV$ $|\mathbf{M}| = di/dl$
$= \chi_m\mathbf{H}$
magnet. Suszeptibilität χ_m para>0, dia<0
Permeabilität $\mu = \mu_0(1+\chi_m) = \mu_0\mu_r$

Sättigungs-M $M_s = nm_m = (N_A/M_m)\cdot\rho\cdot m_m$

in langem magnetis.Zylinder $\mathbf{B}_m = \mu_0\mathbf{M}$

in Spule mit Kern $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0+\mu_0\mathbf{M} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$

Polarisation $\mathbf{P} = \mathbf{dp}_e/dV = \chi_e\mathbf{D}$
elektr. Suszeptibilität χ_e para>0, dia<0
Dielektrizität $\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi_e) = \varepsilon_0\varepsilon_r$

$\chi_m = \mu_0M/B = \mu_0nm^2/3k_BT$ / $\chi_e = P/\varepsilon_0E = np^2/\varepsilon_03k_BT$

Wechselstromkreise $U = U_0\cdot\cos\omega t$
Widerstand: $U = RI \Rightarrow I = (U_0/R)\cdot\cos\omega t$ / $P = I^2R = I_0^2R\cdot\cos^2\omega t$ / $\langle P\rangle = {^1/_2}\cdot I_0^2R$ in Phase
Induktivität: $U = LdI/dt \Rightarrow I = (U_0/\omega L)\cdot\sin\omega t$ / $P = UI = U_0I_0\cdot\cos\omega t\cdot\sin\omega t$ / $\langle P\rangle = 0$
$X_L = \omega L$ (nimmt mit ω zu) / $I_{eff} = U_{eff}/X_L = U_{eff}/\omega L$ U eilt I um 90° voraus
Kapazität: $U = Q/C \Rightarrow I = dQ/dt = -\omega CU_0\cdot\sin\omega t$ / $P = UI = -U_0I_0\cdot\cos\omega t\cdot\sin\omega t$ / $\langle P\rangle = 0$

Komplexwiderstände $U = Z\cdot I$
$Z_R = R$ momentaner
$Z_L = i\omega L$ Spannungsabfall
$Z_C = 1/i\omega C$ = Realteil

LCR-Kreise mit Spannungsquelle (erzw.Oszi)

in Reihe: $LdI/dt + Q/C + IR = U_0\cdot\cos\omega t$
⇒ $I(t) = I_0\cdot\cos(\omega t-\varphi)$ mit $\tan\varphi = (X_L-X_C)/R$ und $I_0 = U_0/\sqrt{(R^2+(X_L-X_C)^2)} =$
$(U_0\omega)/(L\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\tau^2)})$ mit $\tau = L/R$ / Gütefaktor $Q = \omega_0\tau = \omega_0L/R$
Resonanz: $X_L=X_C \Rightarrow$ Eigenfr. $\omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$ (= Resonanzfr. wenn R = 0); I_0 maximal

parallel: $I = \sqrt{(I_R^2+(I_L-I_C)^2)} = \sqrt{((U/R)^2+(U/X_L-U/X_C)^2)} = U/|Z|$
$1/Z = 1/R + 1/i\omega L + i\omega C$ $\tan\varphi = R(1/\omega L-\omega C)$ / $\tau = RC$ / Gütef. $Q = \omega_0\tau = \omega_0RC$
Resonanz: $X_L=X_C \Rightarrow$ Eigenfr. $\omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$ = Resonanzfr.; I_{gesamt} minimal (= U/R)

LC(R)-Kreise ohne Spannungsquelle

ungedämpft: $LdI/dt + Q/C = 0$
⇒ $Q(t) = Q_0\cdot\cos\omega t$ mit $\omega = 1/\sqrt{LC}$
⇒ $I(t) = -\omega Q_0\cdot\sin\omega t$
$W_{ges} = W_{el} + W_{mag} =$
$(Q_0^2/2C)\cdot(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t) = Q_0^2/2C$

gedämpft: $LdI/dt + Q/C + IR = 0$

Trafo (Primär: N_1 / Sekundär: N_2)
$U_2 = -(N_2/N_1)\cdot U_1$ $N_1I_1 = -N_2I_2$

Maxwellscher Verschiebungsstrom $I_V = \varepsilon_0\cdot d\Phi_{el}/dt$

verallgemeinertes Amperesches Gesetz
$\oint_C \mathbf{B\cdot d}l = \mu_0(I_C + I_V) = \mu_0I_C + \mu_0\varepsilon_0\cdot d\Phi_{el}/dt = \mu_0I_C + \mu_0\varepsilon_0\cdot(d/dt)\int_S E_ndA$

Maxwell-Gleichungen

Gaußsches Gesetz	$\oint_S E_ndA = (1/\varepsilon_0)Q_{innen}$ (Vak.: =0)	$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$ (Vak.: =0)
Quellfreiheit	$\oint_S B_ndA = 0$	$\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$
Faraday-Induktionsges.	$\oint_C \mathbf{E\cdot d}l = -(d/dt)\int_S B_ndA$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t$
verallg. Ampere-Gesetz	$\oint_C \mathbf{B\cdot d}l = \mu_0I_C + \mu_0\varepsilon_0\cdot(d/dt)\int_S E_ndA$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j} + \mu_0\varepsilon_0\,\partial\mathbf{E}/\partial t$ (Vak.: $= \mu_0\varepsilon_0\,\partial\mathbf{E}/\partial t$)

Elektromagnetische Welle im Vakuum

Wellengleichung E-Feld: $\partial^2E_y/\partial x^2 = \varepsilon_0\mu_0\,\partial^2E_y/\partial t^2$
B-Feld: $\partial^2B_z/\partial x^2 = \varepsilon_0\mu_0\,\partial^2B_z/\partial t^2$
⇒ $E_y/B_z = c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)}$

... in Materie

$\varepsilon_0 \to \varepsilon_r\varepsilon_0$ / $\mu_0 \to \mu_r\mu_0$
⇒ $E_y/B_z = c/\sqrt{(\varepsilon_r\mu_r)} = v = c/n$ (n Brechungsindex)
v < c / $n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$ da $\mu_r \approx 1$

Intensität, Poynting-Vektor

Energiedichte $w = {^1/_2}\varepsilon_0E_y^2 + {^1/_2}B_z^2/\mu_0 = \varepsilon_0E_y^2 = B_z^2/\mu$
= Energiestromdichte = Intensität (= Poynting-Vektor
$\mathbf{S} = (1/\mu_0)(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ $|\mathbf{S}| = (1/\mu_0)(E_yE_y/c) = \varepsilon_0E_y^2$

Lorentz-Transformation

$x' = (x-vt)/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ $x = (x'+vt')/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$
$y' = y$ $y = y'$
$z' = z$ $z = z'$
$t' = [t-(v/c^2)x]/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ $t = [t'+(v/c^2)x']/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$

Geschwindigkeitstransformation

$w_x' = (w_x-v)/[1-(v/c^2)w_x]$ $w_x = (w_x'+v)/[1+(v/c^2)w_x']$
$w_y' = [w_y\sqrt{(1-v^2/c^2)}]/[1-(v/c^2)w_x]$ $w_y = [w_y'\sqrt{(1-v^2/c^2)}]/[1+(v/c^2)w_x']$
$w_z' = [w_z\sqrt{(1-v^2/c^2)}]/[1-(v/c^2)w_x]$ $w_z = [w_z'\sqrt{(1-$

Zeitdilatation

Ruhesystem Σ $\Delta t = t_2-t_1$	bewegtes (v) System Σ' $\Delta t' = t_2'-t_1' = \Delta t/\sqrt{(1-v^2/c^2)} > \Delta t$

Für den ruhenden Beobachter scheint eine sich bewegende Uhr langsamer zu gehen.

relativistischer Newton

$\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}/\sqrt{(1-v^2/c^2)} = m\mathbf{v}$ mit $m = m_0/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$
$E_{kin} = (m-m_0)c^2$ mit $E_0 = m_0c^2$ Ruheenergie
$E_{ges} = mc^2$

Längenkontr. $\Delta x = x_2-x_1 = (x_2'-x_1')/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$

Ruhesystem Σ $\Delta x = x_2-x_1$	bewegtes (v) System Σ' $\Delta x' = x_2'-x_1' = \Delta x\cdot\sqrt{(1-v^2/c^2)} < \Delta x$

Für den ruhenden Beobachter scheint eine sich bewegende Uhr langsamer zu gehen.