

Praktikumsausarbeitung

Extraterrestrische

Mikrowellen

vom 3. Juli 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Auswertung der Versuche	2
2.1	Azimet und Höhe des geostationären Satelliten MeteoSat	2
2.2	Höhe und Zeit des Sonnendurchgangs vor dem Radioteleskop	3
2.3	Antennenspannung des MeteoSat-Signals	4
2.4	Antennentemperatur und Fluß der Sonne auf der Erde	6
2.5	Pegel und Antennentemperatur in Abhängigkeit der Höhe	8
2.6	Fluß des galaktischen Zentrums	9
2.7	Theoretischer und experimenteller Öffnungswinkel	10
2.8	Temperatur der Sonne	11
3	Extras	11

1 Einleitung

Die grundlegenden Ziele dieses Versuches bestehen darin, Einblicke in die Radioastronomie und Hochfrequenztechnik zu bekommen. Zuerst wurde der Aufbau eines Mittelwellenradios und der Einfluß thermischen Rauschens auf Messungen besprochen. Dann wurde mittels eines Radioteleskops ($d_A \approx 1.75$ m) u. a. der Strahlungsfluß der Sonne und des galaktischen Zentrums, sowie die Sendeleistung des Wettersatelliten MeteoSat bestimmt.

2 Auswertung der Versuche

2.1 Azimut und Höhe des geostationären Satelliten MeteoSat

Möchte man das Signal eines Satelliten empfangen, so muß selbstverständlich die Empfangsantenne auf das Objekt ausgerichtet werden. Bei einem geostationären Satelliten wie MeteoSat ist dies besonders einfach, da keine Nachführung benötigt wird.

MeteoSat steht bei den geographischen Koordinaten $\lambda_s \approx 0^\circ, \varphi_s \approx 0^\circ$ senkrecht über der Erdoberfläche, also im Zenit. Wie jeder geostationäre Satellit rotiert er am Äquator in $r_s \approx 42200$ km Höhe (auf den Erdmittelpunkt bezogen) an einem Sterntag $\Theta_d \approx 23\text{h } 56\text{m}$ mit der Erde um ihre Achse.

$$\Theta_d := \frac{365.2425 \text{ d}}{366.2425 \text{ d}} \approx 23\text{h } 56\text{m}$$

$$m_s \cdot \omega^2 \cdot r_s = \frac{G \cdot m_E \cdot m_s}{r_s^2} \implies r_s = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_E}{\omega^2}} \approx 42.2 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Gravitationskonstante: } G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\text{Masse der Erde: } m_E \approx 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{Kreisfrequenz: } \omega = 2\pi \cdot \Theta_d^{-1} \approx 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$$

Zur Bestimmung der Höhe von MeteoSat hilft die analytische Geometrie:

Der Winkel α zwischen MeteoSat und dem Zenit des Beobachters ist der Winkel zwischen den Ortsvektoren Erdmittelpunkt - Beobachter $\vec{r}_E$ und Beobachter - MeteoSat $\vec{R}$. Die Höhe h_s des Satelliten ergibt sich somit zu: $h_s = 90^\circ - \alpha$.

Im Rahmen der erforderlichen Genauigkeit wird angenommen, daß die Erde eine „perfekte“ Kugel darstellt. Somit ist es möglich zur Bestimmung von $\vec{r}_E$ und $\vec{R} = \vec{r}_E - \vec{r}_s$ Kugelkoordinaten mit dem Erdmittelpunkt als Ursprung einzuführen. Für die „Transformation“ der Kugelkoordinaten in Längen- und Breitengrade gilt: $\vartheta = 90^\circ - \varphi_{E,s}$ und $\varphi = \lambda_{E,s}$.

$$\vec{r} = r \cdot \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix} \implies \vec{r}_{E,s} = r_{E,s} \cdot \begin{pmatrix} \sin(90^\circ - \varphi_{E,s}) \cdot \cos \lambda_{E,s} \\ \sin(90^\circ - \varphi_{E,s}) \cdot \sin \lambda_{E,s} \\ \cos(90^\circ - \varphi_{E,s}) \end{pmatrix}$$

Für Garching mit $\lambda_E \approx 11.6^\circ$, $\varphi_E \approx 48.2^\circ$ und dem mittleren Erdradius als Entfernung vom Erdmittelpunkt $r_E \approx 6370$ km folgt für den Ortsvektor

$$\vec{r}_E \approx \begin{pmatrix} 4.16 \cdot 10^6 \text{ m} \\ 854 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 4.75 \cdot 10^6 \text{ m} \end{pmatrix}$$

und

$$|\vec{r}_E| = r_E \approx 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Für MeteoSat mit $\lambda_s \approx 0^\circ$, $\varphi_s \approx 0^\circ$ und $r_s \approx 42200$ km folgt für den Ortsvektor

$$\vec{r}_s \approx \begin{pmatrix} 42.2 \cdot 10^6 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix}.$$

Der Verbindungsvektor ergibt sich somit zu

$$\vec{R} = \vec{r}_E - \vec{r}_s \approx \begin{pmatrix} -38.0 \cdot 10^6 \text{ m} \\ 854 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 4.75 \cdot 10^6 \text{ m} \end{pmatrix}$$

mit

$$|\vec{R}| \approx 38.3 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Mit dem Skalarprodukt aus $\vec{R}$ und $\vec{r}_E$ kann der Winkel α und somit auch die Höhe h berechnet werden:

$$\cos \alpha = \left| \frac{\vec{r}_E \cdot \vec{R}}{|\vec{r}_E| \cdot |\vec{R}|} \right| \Rightarrow \alpha \approx 56.4^\circ.$$

Es folgt sogleich: $h_s \approx 33.6^\circ$.

Den Azimut A_s des Satelliten ermittelt man unter Verwendung sphärischer Trigonometrie am Einfachsten: Betrachtet man das aus dem Meridian durch Garching, dem Äquator und dem Großkreis durch Garching und den Schnittpunkt vom 0. Längen- und 0. Breitengrad (in dessen Zenit MeteoSat steht) gebildete sphärische, rechtwinklige Dreieck, so erhält man nach

$$\tan \lambda_E = \sin \varphi_E \cdot \tan A_s$$

den Azimut des Satelliten zu $A_s \approx 15.4^\circ$.

2.2 Höhe und Zeit des Sonnendurchgangs vor dem Radioteleskop

Bei diesem Praktikumsversuch ist zu beachten, daß das verwendete Radioteleskop nur in der Höhe frei verstellbar ist. Sein Azimut ist fest auf die Position von MeteoSat ausgerichtet!

Möchte man in einem späteren Versuch die Antennentemperatur während des Sonnendurchgangs, sowie die Strahlungstemperatur der Sonne messen, ist es nötig, den Zeitpunkt und die Höhe des Sonnendurchgangs vor dem Radioteleskop zu berechnen.

Sind die äquatorialen Koordinaten eines Himmelskörpers bekannt, so erfolgt die Transformation in horizontale Koordinaten allgemein nach folgenden Formeln:

$$\tan A = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin \varphi \cos \delta \cos t - \cos \varphi \sin \delta}$$

und

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

mit Stundenwinkel t ($t = \Theta - \alpha$), äquatoriale Koordinaten (α, δ) , horizontale Koordinaten (h, A) , geographische Breite φ und Ortssternzeit Θ .

Im Folgenden wird von der Annahme ausgegangen, daß die Position der Sonne (also ihre Deklination δ_S und Rektaszension α_S) im Laufe eines Tages konstant bleibt. Außerdem wird der Unterschied zwischen Sternzeit und Sonnenzeit für den Verlauf

eines Tages vernachlässigt. (Dieser würde innerhalb eines Tages eh nur 3m 56s betragen!)

Um den Fehler trotzdem möglichst gering zu halten haben wir mittels des Astronomieprogrammes StarCalc die äquatorialen Koordinaten α_S, δ_S der Sonne und die Ortssternzeit Θ_E am Beobachtungsort Garching ($\lambda_E \approx 11.6^\circ, \varphi_E \approx 48.2^\circ$) am 3. Juli 2001 um 12⁰⁰ Uhr Ortssonnenzeit, also 13¹⁸ Uhr MESZ ($T_E \approx 13.30$ h) bestimmt: $\alpha_S \approx 6\text{h } 50\text{m } 24\text{s} \approx 6.84$ h und $\delta_S \approx 22^\circ 55' 55'' \approx 22.9^\circ$.

Es ergibt sich noch eine kleine Besonderheit: Da wir als Zeitpunkt 12⁰⁰ Uhr Ortssonnenzeit verwendet haben gilt $\Theta_E = \alpha_S$, da die Sonne zu dieser Zeit ihren Meridiandurchgang im Süden hat und so ihre Rektaszension α_S gleich der Ortssternzeit Θ_E ist.

Läßt man von Maple die erste Gleichung nach t auflösen und die Werte für A_s, δ_S und φ_E einsetzen, so erhält man für den Azimut $A_s \approx 15.4^\circ$ der Antenne die Stundewinkel der Sonne zu $t_1 \approx 0.48$ h und $t_2 \approx 13.06$ h. Anhand der Beziehung

$$t_{1,2} = \Theta_{1,2} - \alpha_S$$

lässt sich nun auf die dazugehörigen Ortssternzeiten $\Theta_{1,2}$ und mittels

$$\Theta_{1,2} = (T_{1,2} - T_E) + \Theta_E$$

und der Beziehung $\Theta_E = \alpha_S$ kann man auf die Mitteleuropäischen Sommerzeiten

$$T_{1,2} = t_{1,2} + T_E$$

der Sonnendurchgänge vor bzw. hinter der Antenne schließen.

Es ergeben sich $T_1 \approx 13.78$ h ($\approx 13^{47}$ Uhr) und $T_2 \approx 2.36$ h ($\approx 2^{22}$ Uhr). T_2 liegt mitten in der Nacht; ist also der Zeitpunkt an dem die Sonne hinter der Antenne vorbeigeht. Uns interessiert daher nur T_1 .

Setzt man nun noch t_1 in die zweite Gleichung ein, so erhält man die Höhe h_S mit der die Sonne am Radioteleskop vorbeizieht. Nach Maple: $h_S \approx 64.1^\circ$.

2.3 Antennenspannung des MeteoSat-Signals

In Versuch 3 soll die Spannung am Ausgang der Antenne beim Empfang des Signals von MeteoSat bestimmt werden. Hierzu wurde es mit dem variabel dämpfbaren Signal einer Referenzquelle verglichen.

Der HF-Generator wurde zunächst auf die Sendefrequenz (≈ 1.691 GHz) von MeteoSat eingestellt und sodann die variable Dämpfung solange justiert bis bei ≈ 42.2 dB nach dem HF-Relais die Referenzquelle den gleichen Pegel aufweist wie das Antennensignal. Der Generator liefert einen Referenzpegel von $L_R \approx 12.6$ dBm bei einem Wellenwiderstand von $R_R \approx 60 \Omega$. Dies entspricht einer Leistung P_R von

$$P_R = 10^{\left(\frac{L_R}{10 \text{ dBm}}\right)} \cdot 1 \text{ mW} \approx 18.2 \text{ mW}$$

und somit auch einer Spannung U_R von

$$U_R = \sqrt{P_R \cdot R_R} \approx 1.09 \text{ V}.$$

Die am HF-Relais verbleibende Spannung U_0 des Generators nach Durchlaufen einer gesamten Dämpfung $V_R \approx -90.9$ dB von

Gerät	[dB]
variable Dämpfung	-42.2
feste Dämpfung	-48.2
HF-Relais	-0.5
gesamte Dämpfung	-90.9

errechnet sich nach

$$U_0 = 10^{\left(\frac{V_R}{20 \text{ dB}}\right)} \cdot U_R \approx 31.1 \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Nun muß nur noch auf die an der Antenne anliegende Spannung U_A zurückgerechnet werden, indem die gesamte Verstärkung $V_A \approx +32.2 \text{ dB}$ nach

Gerät	[dB]
Rundhohlleiter	-0.1
Kabel	-0.2
Vorverstärker	+18.2
Verstärker	+22.5
Kabel	-3.8
Teiler	-3.1
HF-Relais	-1.3
gesamte Verstärkung	+32.2

berücksichtigt wird. Somit ergibt sich eine Spannung U_A zu

$$U_A = \frac{U_0}{10^{\left(\frac{V_A}{20 \text{ dB}}\right)}} \approx 0.763 \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Mit $R_A \approx 50 \Omega$ und $U_A \approx 0.763 \cdot 10^{-6} \text{ V}$ läßt sich nun die von der Antenne empfangene Sendeleistung von MeteoSat nach

$$P_A = \frac{U_A^2}{R_A} \approx 1.16 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

berechnen.

Unter der Annahme, daß MeteoSat ein Quadrat mit der Kantenlänge des Erddurchmessers, welches einer Fläche A_E von

$$A_E = (2 \cdot r_E)^2 \approx 1.62 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

entspricht, bestrahlt und daß die Ausleuchtung η des Radioteleskop, mit einer Fläche A_A von

$$A_A = \left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \cdot \pi \approx 2.41 \text{ m}^2,$$

$\approx 55\%$ beträgt, ergibt sich eine gesamte Sendeleistung P_s von

$$P_s = P_A \cdot \frac{A_E}{\eta \cdot A_A} \approx 1.42 \text{ W}.$$

Wenn man bedenkt, daß die Astra-Fernsehsatelliten mit einer Leistung von $\approx 50 \text{ W}$ auf Europa strahlen ist es erstaunlich, daß die geringe Sendeleistung von nur $\approx 1.42 \text{ W}$ des MeteoSats ausreicht, auf der gesamten Erdhalbkugel einwandfreien Empfang zu garantieren.

Folgende Beziehungen zwischen Spannung, Verstärkung, Pegel und Leistung wurden zur Berechnung der obigen Größen verwendet:

Relative Spannungsverstärkung:

$$V [\text{dB}] = 20 \text{ dB} \cdot \log\left(\frac{U_1}{U_0}\right),$$

Leistungsverstärkung bezogen auf 1 mW:

$$L [\text{dBm}] = 10 \text{ dBm} \cdot \log\left(\frac{P}{1 \text{ mW}}\right),$$

und elektrische Leistung:

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

2.4 Antennentemperatur und Fluß der Sonne auf der Erde

Aus dem Signalanstieg beim Sonnendurchgang soll die Antennentemperatur und damit der Fluß der Sonne bestimmt werden. Um uns mit der Temperaturabhängigkeit des thermischen Rauschens eines Verstärkers vertraut zu machen, wurde zunächst, anhand eines Versuchs, die sogenannte „Heiß-Kalt-Messung“ an einem externen Meßkopf durchgeführt.

Für die thermische Rauschleistung P_T eines Widerstandes bzw. Verstärkers gilt:

$$P_T = k \cdot T_E \cdot \Delta\nu \cdot V$$

mit Boltzmann-Konstante k , Eigenrauschtemperatur des Widerstandes T_E , Bandbreite des Rauschens $\Delta\nu$ und Verstärkungsfaktor V .

Unsere Messungen ergaben, daß bei $T_{E_1} \approx 295$ K (also ≈ 22 °C Raumtemperatur) die Rauschleistung $P_{T_1} \approx 9.2$ μ W beträgt. Ein anschließendes Abkühlen der Probe auf die Temperatur des flüssigen Stickstoffs ($T_{E_2} \approx 78$ K) ergab nur noch eine Rauschleistung von $P_{T_2} \approx 4.2$ μ W. Es lassen sich jetzt zwei Gleichungen aufstellen mittels dessen Division T_E berechnet werden kann.

$$\begin{aligned} P_{T_1} &= k \cdot (T_{E_1} + T_E) \cdot \Delta\nu \cdot V \\ P_{T_2} &= k \cdot (T_{E_2} + T_E) \cdot \Delta\nu \cdot V \\ \Rightarrow \frac{9.2}{4.2} &\approx \frac{295 \text{ K} + T_E}{78 \text{ K} + T_E} \Rightarrow T_E \approx 104 \text{ K} \end{aligned}$$

Die Rauschzahl ΔF in Abhängigkeit der Eigenrauschtemperatur T_E eines Verstärkers bezogen auf 290 K ist definiert nach:

$$\Delta F = 10 \cdot \log \left(\frac{290 \text{ K} + T_E}{290 \text{ K}} \right).$$

Für unseren Verstärker mit $T_E \approx 104$ K ergibt sich $\Delta F \approx 1.33$ dB.

Die Eigenrauschtemperatur des Verstärkers des Radioteleskops ist in der Praktikumsanleitung mit $T_{V_1} \approx 94$ K angegeben; damit folgt für die Rauschzahl $\Delta F_{V_1} \approx 1.22$ dB.

Hinzu addiert werden müssen noch die Verluste des Rundhohlleiters (≈ -0.1 dB), des Kables (≈ -0.2 dB) und des Zirkulators (≈ -0.2 dB) vor dem Verstärker: Also insgesamt $V_V \approx -0.5$ dB. Damit ergibt sich die gesamte Eigenrauschzahl der Apparatur zu $\Delta F_{V_2} \approx 1.72$ dB. Die dazugehörige Eigenrauschtemperatur T_{V_2} berechnet sich somit nach:

$$\Delta F_{V_2} = 10 \cdot \log \left(\frac{290 \text{ K} + T_{V_2}}{290 \text{ K}} \right) \Rightarrow T_{V_2} \approx 141 \text{ K}.$$

Für die Temperatur T_H des kalten Himmels bei $\approx 50^\circ$ Höhe bezogen auf die Bodentemperatur $T_B \approx 290$ K (≈ 17 °C), die mittels eines gewöhnlichen Thermometers bestimmt worden ist, gilt, unter Berücksichtigung des Signalanstieges ΔF_H zwischen kaltem Himmel und Boden, die Formel:

$$\Delta F_H = 10 \cdot \log \left(\frac{T_{V_2} + T_B}{T_{V_2} + T_H} \right).$$

Die Temperaturen des kalten Himmels und des Erdbodens werden auf die Eigenrauschtemperatur T_{V_2} des Verstärkers bezogen, da mit der Antenne ausschließlich der kalte Himmel bzw. der Erdboden incl. des Eigenrauschens des Antennenverstärkers gemessen wurde.

Mit $\Delta F_H \approx 3.78$ dB (aus der Tabelle im Versuch 5), $T_{V_2} \approx 141$ K und $T_B \approx 290$ K

ergibt sich für $T_H \approx 39.5$ K. Es sei noch bemerkt, daß der Erdboden als schwarzer Strahler betrachtet wird und es eigentlich keinen wirklich kalten Himmel gibt, da, aufgrund von Nebenmaxima, ohmschen Verlusten, irgendwelchen Sternen und der 3K-Hintergrundstrahlung vom Rand des Universums, an jeder Stelle des Himmels ein „Funkfeuer“ positioniert ist.

Die Summe aus Rauschtemperatur T_{V_2} des Verstärkers und der Apparatur sowie der Temperatur T_H des kalten Himmels bezeichnet man als Systemtemperatur $T_{Sys.}$:

$$T_{Sys.} = T_{V_2} + T_H \approx 181 \text{ K.}$$

Das Maximum des Pegels $\Delta F_S \approx 6.21$ dB beim Sonnendurchgang läßt sich aus der blauen Kurve des Schreiber-Diagrammes ablesen. Auch hier wurde wiederum linear interpoliert.

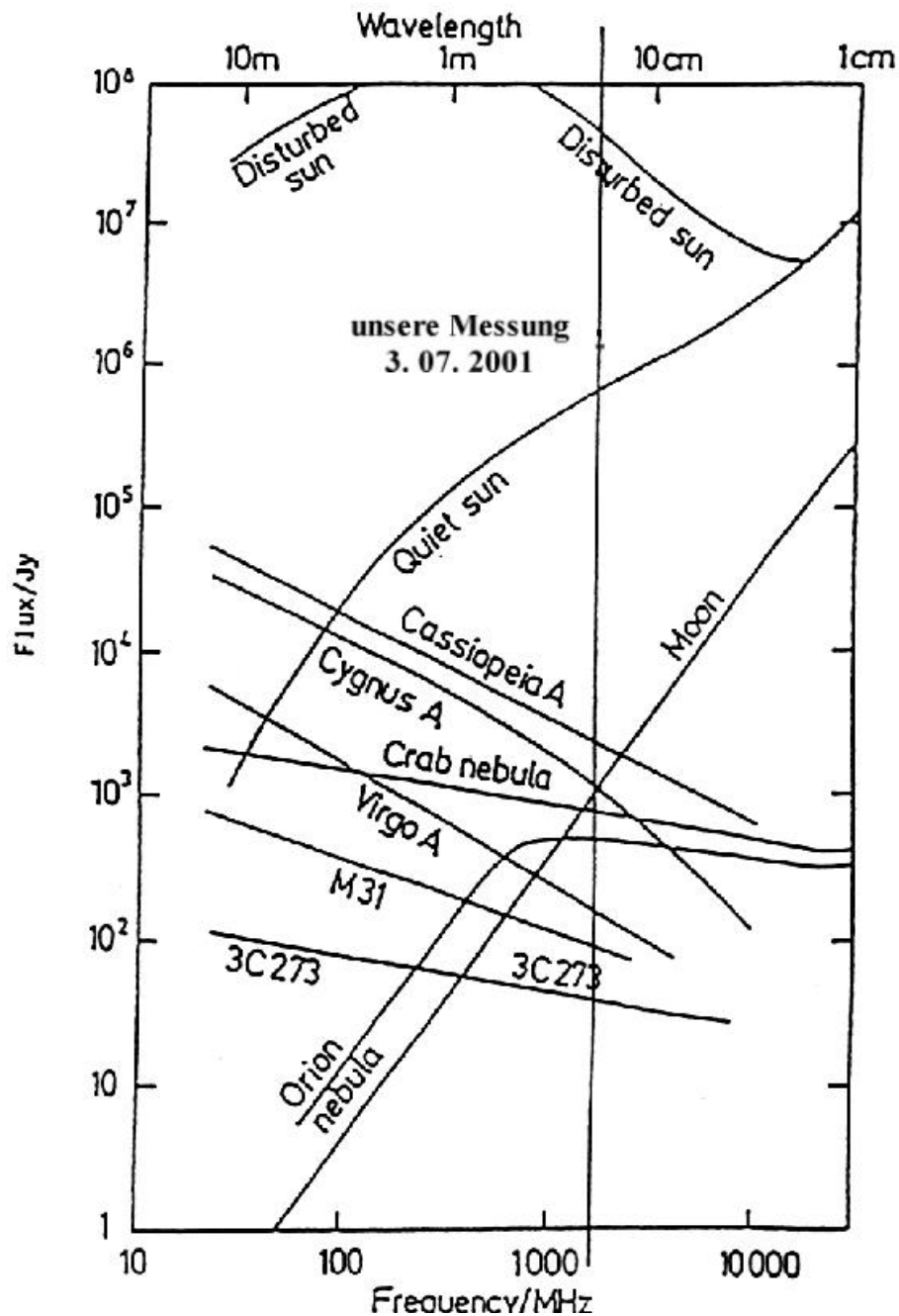
$$\Delta F_S = 10 \cdot \log \left(\frac{T_{Sys.} + T_S}{T_{Sys.}} \right) \Rightarrow T_S \approx 575 \text{ K}$$

Dieser Wert ist die Temperatur, die die Antenne sieht. Die tatsächliche Temperatur der Sonnenoberfläche liegt deutlich höher, nämlich bei etwa 5780 K. Dies läßt sich dadurch erklären, daß die Antenne einen wesentlichen größeren Öffnungswinkel Θ_A verglichen zum Sonnendurchmesser von $\Theta_S \approx 31.46' \approx 0.524^\circ$ am Praktikums-tag aufweist, weshalb der mitgemessene kalte Himmel das Ergebnis verfälscht. Die Berechnung der tatsächlichen Sonnentemperatur unter Berücksichtigung des Öffnungswinkels erfolgt in Versuch 8!

Nun kann noch auf den Fluß S_S der Sonne, die sie auf die Erdoberfläche ausübt, nach

$$S_S = \frac{k \cdot T_S}{A_{eff.}}$$

mit $k \approx 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ und $T_S \approx 575 \text{ K}$ geschlossen werden. Dabei sind die effektive Antennenfläche $A_{eff.} = \eta \cdot A_A \approx 1.32 \text{ m}^2$, die durch Einflüsse wie die Abschattung der Antenne durch den Rundhohlleiter oder einer nicht idealen Reflexion des Parabolspiegels gegeben ist, sowie die Tatsache, daß wir mit einer polarisierten Antenne eine unpolarisierte Strahlungsquelle gemessen haben, zu berücksichtigen. Somit ergibt sich: $S_S \approx 6.01 \cdot 10^{-21} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2} \approx 6.01 \cdot 10^5 \text{ Jy}$. Aufgrund der Polarisationswirkung des Empfangsteil der Antenne ist S_S eigentlich doppelt so groß, wie nach der obigen Formel berechnet, nämlich: $2 \cdot S_S \approx 1.20 \cdot 10^{-20} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2} \approx 1.20 \cdot 10^6 \text{ Jy}$.



Der Fluß der Sonne liegt im „erlaubten“ Bereich. Eigentlich erwarteten wir einen deutlich höheren Fluß, da wir uns momentan in einem Zeitraum erhöhter Sonnenaktivität befinden.

2.5 Pegel und Antennentemperatur in Abhängigkeit der Höhe

In diesem Versuch wurde von uns die Höhe h_A der Antenne beginnend bei $\approx 50^\circ$ (kalter Himmel) bis auf $\approx 15^\circ$ (Boden) in $\approx 10^\circ$ -Schritten durchgeführt und die Intensität mittels eines Schreibers aufgezeichnet. Zwischen den einzelnen dB-Schritten

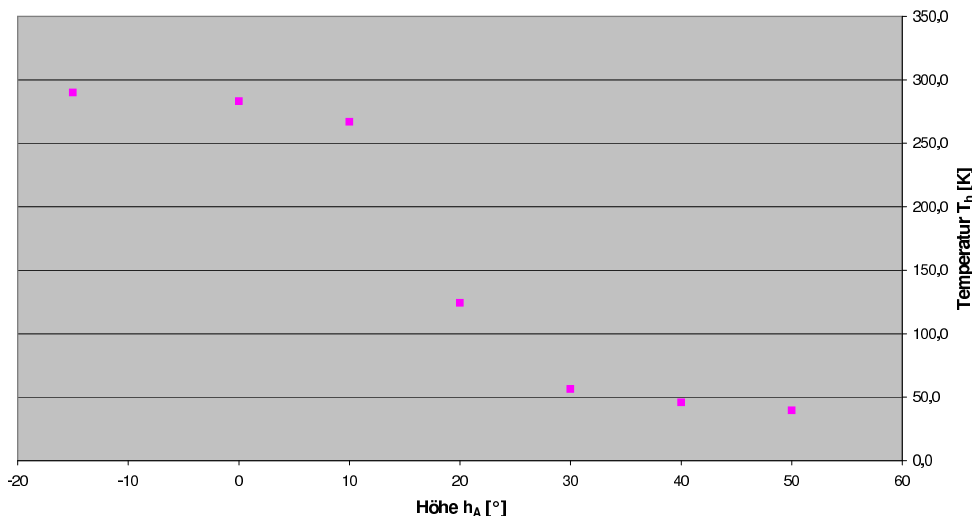
wurden die Pegel aus der blauen Kurve des Schreibdiagramms näherungsweise linear interpoliert. Aus vorherigen Überlegungen ist ersichtlich, daß

$$\Delta T_h = \frac{T_{V_2} + T_B}{10 \left(\frac{\Delta F_h}{10} \right)} - T_{V_2}$$

mit $T_{V_2} \approx 141$ K und $T_B \approx 290$ K gilt. Für ΔF_h nimmt man die Werte aus der Tabelle und berechnet so ΔT_h .

Höhe h_A [°]	Pegel ΔF_h [dB]	Temperatur ΔT_h [K]
50	0	39.5
40	0.07	45.8
30	0.24	56.5
20	2.11	124
10	3.39	267
0	3.63	283
-15	3.78	290

h_A - T_h -Diagramm



Man kann deutlich einen Sprung zwischen $\approx 10^\circ$ und $\approx 30^\circ$ erkennen. Im Bereich unter $\approx 10^\circ$ überwiegt die Schwarzkörperstrahlung des Bodens. Ab etwa 30° ist die Antenne schon so weit zum Himmel gerichtet, daß sie, trotz ihres großen Öffnungswinkel, keinen Boden mehr sieht.

2.6 Fluß des galaktischen Zentrums

Nun soll im Folgenden der Fluß des Galaktischen Zentrums gemessen werden. Auf dem Schreiberpapier läßt sich ein Durchgang des Galaktischen Zentrums um $\approx 1^{48}$ Uhr MESZ feststellen. Die Höhe des Galaktischen Zentrums berechnet sich somit zu $h_{GZ} \approx 10.5^\circ$. Sie könnte man anhand der Formeln aus Versuch 2 für eine abgeschätzte Rektaszension $\alpha_{GZ} \approx 18h$ und Deklination $\delta_{GZ} \approx -30^\circ$ berechnen. Wir haben jedoch den technologischeren, zeitgemäßerer und genaueren Weg gewählt und das Astronomieprogramm StarCalc dazu bemüht.

Um die Berechnung des Flusses nicht zu verfälschen, muß zunächst die Temperatur T_h des Himmels in einer Höhe von $h_{GZ} \approx 10.5^\circ$ ermittelt werden. Damit kann man

den Hintergrund aus der Messung ausblenden. Aus Aufgabe 4 ist die Temperatur T_h des Himmels bei einer Höhe von $\approx 10^\circ$ bekannt; dies soll als Näherung vollkommen ausreichen. Eine lineare Interpolation der Höhe ist somit nicht weiter notwendig. Der linear interpolierte Spitzenwert des Galaktischen Zentrums liegt bei $\Delta F_{GZ} \approx 75.7 \cdot 10^{-3}$ dB über dem Untergrund. Gesucht ist nun die dazugehörige Antennentemperatur T_{GZ} , die über die unten aufgeführte Beziehung berechnet werden kann. Zu beachten ist hierbei, daß es sich in dieser Höhe von etwa 10° um keinen kalten Himmel handelt und man aus diesem Grund eine neue Systemtemperatur von $T'_{Sys.} = T_{V_2} + T_h \approx 408$ K annehmen muß!

$$\Delta F_{GZ} = 10 \cdot \log \left(\frac{T'_{Sys.} + T_{GZ}}{T'_{Sys.}} \right) \Rightarrow T_{GZ} \approx 7.17 \text{ K}$$

Dies entspricht auch einen Fluß von $2 \cdot S_S \approx 150 \cdot 10^{-24} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2} \approx 15 \cdot 10^3 \text{ Jy}$ für das Galaktische Zentrum.

2.7 Theoretischer und experimenteller Öffnungswinkel

In diesem Versuch soll der theoretisch berechnete Öffnungswinkel $2\rho_{\frac{1}{2}}$ des Radioteleskops mit dem experimentell bestimmten Öffnungswinkel Θ_A verglichen werden. Allgemein ergibt sich für den theoretischen Öffnungswinkel

$$2\rho_{\frac{1}{2}} = 59^\circ \frac{\lambda}{d}$$

mit $\lambda_A \approx 17.7 \text{ cm}$ bzw. $f_A \approx 1.691 \text{ GHz}$ und $d_A \approx 1.75 \text{ m}$ somit $2\rho_{\frac{1}{2}} \approx 5.97^\circ$. Es ist zu beachten, daß diese Formel - streng genommen - hier nicht ganz korrekt ist, da ihr die Näherung $\lambda \ll d$ zugrundeliegt und diese Forderung hier nicht ganz erfüllt ist, da sich die Wellenlänge λ_A und der Antennendurchmesser d_A lediglich um eine Größenordnung unterscheiden.

Zur Bestimmung des experimentellen Öffnungswinkels Θ_A über die Keulenbreite Λ_A einer Antenne:

Unter Keulenbreite versteht man den Abstand zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten eines Maximums, bei denen die gemessene Leistung auf die Hälfte ihres Spitzenwertes abgesunken ist.

Nach dem Gesetz

$$P = k \cdot T \cdot \Delta\nu$$

ist die Temperatur T direkt proportional zur Leistung P . Aus einem vorherigen Versuch ist uns die Temperatur $T_S \approx 575 \text{ K}$ der Sonne bekannt. Halbiert man diesen Wert, so halbiert man auch die Leistung und über

$$\Delta F_{S_{1/2}} = 10 \cdot \log \left(\frac{T_{Sys.} + \frac{1}{2}T_S}{T_{Sys.}} \right)$$

mit $T_{Sys.} \approx 181 \text{ K}$ kann man auf den, zur halben Leistung gehörenden, Signalpegel $\Delta F_{S_{1/2}} \approx 4.13 \text{ dB}$ schließen. Eine kleine Anmerkung am Rande: Bei einer Höhe von $h_S \approx 64.1^\circ$ der Sonne kann, im Gegensatz zu Versuch 6, wieder die alte Systemtemperatur $T_{Sys.}$ verwendet werden, da ab etwa 50° der Himmel als kalt betrachtet werden kann.

Um nun den experimentellen Wert der Keulenbreite Λ_A nach obigen Überlegungen zu ermitteln, haben wir die Breite $\Lambda_A \approx 2.5 \text{ cm}$ des Sonnendurchgangs bei halber Leistung, also bei $\approx 4.13 \text{ dB}$, auf dem Schreiberpapier linear interpoliert und abgelesen. Da nun die Sonne innerhalb von 24 Stunden einen Vollkreis von 360° am

Himmel beschreibt und auf dem Schreiberpapier 1 Stunde 5 cm entspricht gilt für den experimentellen Öffnungswinkel Θ_A des Radioteleskops:

$$\Theta_A \approx \frac{360^\circ}{24\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{5\text{cm}} \cdot \Lambda_A \approx 7.50^\circ.$$

Wie man sieht, ist der theoretische Wert etwas kleiner als der experimentelle, da im Versuch u. a. noch Nebenmaxima der einfallenden Strahlung mitgemessen worden sind.

2.8 Temperatur der Sonne

Da die Antenne aufgrund ihres Öffnungswinkels von $\Theta_A \approx 7.50^\circ$ neben der Sonne mit einem Durchmesser von $\Theta_S \approx 0.524^\circ$ am Praktikumstag noch einen großen Teil des kalten Himmels sieht, beträgt die gemessene Sonnentemperatur nur $T_S \approx 575$ K.

In rechtwinkligen Dreiecken, deren Hypothenusen (hier: die Abstände zur Sonne) als Eins festgelegt sind und die - den halben Öffnungswinkeln $\frac{1}{2}\Theta_{A,S}$ gegenüberliegenden - Katheten, als Objektradien $r_{A,S}$ (hier: Sonnenradius bzw. Radius des Teleskops) betrachtet werden, gilt nach den trigonometrischen Formeln

$$\sin\left(\frac{\Theta_{A,S}}{2}\right) = \frac{r_{A,S}}{1}.$$

Mittels der Beziehung

$$T'_S = \frac{\Theta'_A}{\Theta'_S} \cdot T_S = \frac{r_A^2 \cdot \pi}{r_S^2 \cdot \pi} \cdot T_S = \left(\frac{\sin\left(\frac{\Theta_A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Theta_S}{2}\right)} \right)^2 \cdot T_S$$

kann nun auf die „wirkliche“ Sonnentemperatur $T'_S \approx 118 \cdot 10^3$ K hochgerechnet werden.

Man sieht bei der Beobachtungsfrequenz von ≈ 1.691 GHz nicht nur Schwarzkörperstrahlung, sondern einen anderen, sehr viel größeren Anteil anderer Strahlungsquellen. So werden zum Beispiel austretende, elektrisch geladene Teilchen in den starken Magnetfeldern an der Oberfläche (Protuberanzen) stark abgelenkt und strahlen somit Synchrotronstrahlung ab.

3 Extras

Hier noch als kleines Schmankerl ein Bild von MeteoSat aus dem Internet. Unter der URL <http://www.wetter-zentrale.de> gibt es alle halbe Stunde das aktuelle Infrarotbild von Europa.

