Fortgeschrittenen Praktikum, WS 1999/2000
Versuch 36

Extraterrestrische Mikrowellen

Gruppe 12
Florian Bauer
Klaus Lorenz

Durchgeführt am 21.01.2000

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Bevor wir an diesem Freitag das Innere des "Pharaonenhügels" betraten, war für uns das Beobachten des Himmels stets mit dem Benutzen optischer Hilfsmittel wie Linsen- oder Spiegelsystemen verbunden, um dem Auge ein möglichst detailreiches Bild des Himmels zu liefern. Dieser Versuch im Rahmen des Fortgeschrittenenpraktikums hat uns noch einmal ins Gedächtnis gerufen, dass es neben dem sichtbaren Licht auch noch andere Bereiche im elektromagnetischen Spektrum gibt und die Objekte des Himmels auch solche Strahlung aussenden. Wir beschränken uns im Folgenden auf das sog. Radiofenster, in dem die Absorption der elektromagnetischen Wellen durch die Erdatmosphäre vernachlässigbar ist. Dieses erstreckt sich von einer Wellenlänge von 8 cm bis 10 m. Wir werden uns speziell die Radioquellen bei der Wellenlänge $\lambda = 17,6\,\mathrm{cm}$ ansehen.

Die Radiosignale gelangen über einen Parabolspiegel in einen Rundhohlleiter, von wo aus sie zu Vorverstärker und Verstärker weitergeleitet werden und anschließend mittels eines Frequenzumsetzers auf "handsamere" Frequenzen gebracht werden (Die genaue Beschreibung der Elektronik ist im Blockschaltbild auf Seite 14 der Praktikumsanleitung dargestellt). Auf dem Weg dieser Signale bis ins Innere des Pharaonenhügels zu unserem Arbeitsplatz schleichen sich natürlich Störfaktoren ein (z.B. Rauschen der Verstärker), die man in der Auswertung berücksichtigen muß.

Im Laufe des Versuchstags haben wir u.a. die Leistung des Meteosat-Satelliten, die Himmelstemperatur sowie den Fluß und die Strahlungstemperatur der Sonne gemessen. Aus älteren Meßdaten über die Milchstraße wird auch deren Fluß bestimmt.

Was für exakte Messungen mit unserer Versuchsapparatur jedoch möglich sind, zeigt folgende Beobachtung unseres Betreuers. Mit Hilfe unseres Systems kann man problemlos die von Meteosat gesendeten Wetterkarten empfangen. Hat man Meteosat "anvisiert", empfängt man ein periodisches Signal, welches daher rührt, dass die am runden, sich drehenden (Stabilisation durch Kreiselbewegung) Satelliten in gleichmäßigen Abständen angebrachten Sender nicht alle gleichstark senden (oder einer ausgefallen ist). Hiermit kann man berechnen, wie schnell der Satellit um seine Achse rotiert. Falls nun der Satellit von der Sonne beschienen wird, dehnt er sich aufgrund der Erwärmung um einige Millimeter aus. Dies führt natürlich zu einer minimalen Vergrößerung des Trägheitsmoments des Satelliten, was seine Winkelgeschwindigkeit verlangsamt. Diesen Vorgang kann man mit unserer Versuchsapperatur verfolgen.

2 Aufgaben

2.1 Position des Meteosat

2.1.1 Abstand Erde-Satellit

Der Meteosat-Satellit steht geostationär über dem 0. Längengrad, sein Breitengrad ist somit auch 0. Die Anziehungskraft F_G der Erde und die Zentripetalkraft F_Z des Satelliten müssen also gleich sein

$$\underbrace{\frac{Gm_E m_S}{r^2}}_{F_G} = \underbrace{\frac{m_S v_S}{r}}_{F_Z} \; ; \quad m_{E/S} : \text{Erd-, Satellitenmasse}$$

Die Kreisfrequenz ω_S des Satelliten ist gleich der Kreisfrequenz der Erde:
$\omega_S = v_S/r = \omega_E = 2\pi/(23,56\,h) = 7,41 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$.
Mit der Konstante $Gm_E = 3,99 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Nm^2/kg}$ erhält man für den Abstand vom Erdmittelpunkt r:

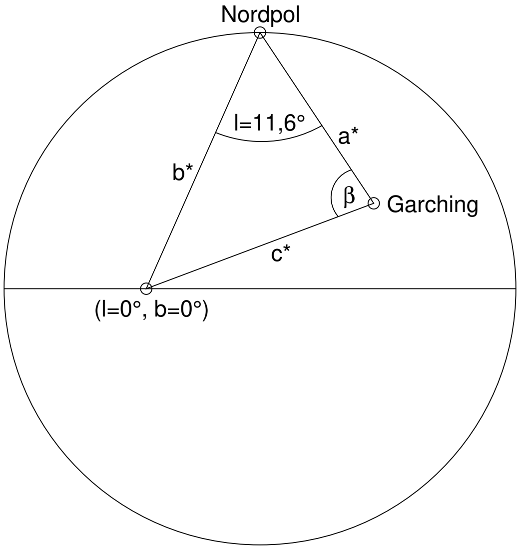
$$r = \left(\frac{Gm_E}{\omega_S^2}\right)^{1/3} = 4,17 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

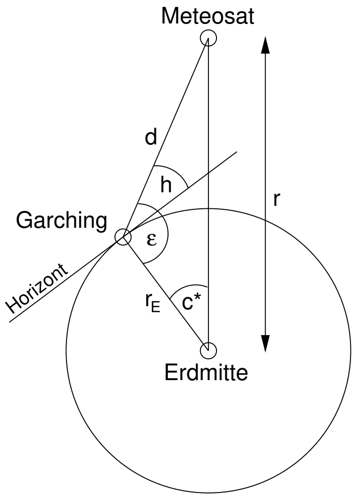
Zieht man den Erdradius $r_E = 6,38 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$ ab, so ergibt sich für den Abstand Erde-Satellit:

$$r_{ES} = r - r_E = 35,4 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

2.1.2 Azimut und Höhe des Satelliten

Unser Beobachtungsort Garching hat den Längengrad $l = 11,6°$ und den Breitengrad $b = 48,2°$. Der Winkelabstand (bzgl. des Erdmittelpunkts) zwischen dem Nordpol und Garching berägt $a^\star = 90° - b = 41,8°$, der zwischen Nordpol und $(l = 0, b = 0)$ beträgt $b^\star = 90°$ und der zwischen Garching und $(l = 0, b = 0)$ sei $c^\star$. Der Winkel zwischen Nordpol und $(l = 0, b = 0)$ von Garching aus gesehen sei β.





Die Anwendung sphärischer Trigonometrie ergibt:

$$\cos c^\star = \cos a^\star \cos b^\star + \sin a^\star \sin b^\star \cos l \quad \Rightarrow \quad c^\star = 49,2^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{\cos b^\star - \cos a^\star \cos c^\star}{\sin a^\star \sin c^\star} \quad \Rightarrow \quad \beta = 164,6^\circ$$

Für den Abstand d zwischen Garching und dem Satellit gilt $d = \sqrt{r_E^2 + r^2 - 2 r_E r \cos c^\star} = 37,9 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$. Der Winkel bzgl. Garching zwischen Erdmittelpunkt und dem Satelliten sei $\varepsilon = h + 90^\circ$, wobei h die Höhe des Satelliten über den Horizont ist. Schließlich erhält man für Höhe h und Azimut A:

$$\sin \varepsilon = \cos h = \frac{r}{d} \sin c^\star \quad \Rightarrow \quad h = 33,4^\circ$$

$$A = 180^\circ - \beta = 15,4^\circ$$

2.2 Position und Zeitpunkt des Sonnendurchgangs

2.2.1 Höhe des Sonnendurchgangs vor der Antenne

Der Azimut der Sonne ist der gleiche wie der des Satelliten $A = 15,4°$ und für die Deklination haben wir $\delta = -20,1°$ angenommen (entsprechend dem heutigen Datum: 21.01.2000). Die zugehörige Höhe h kann man mit der folgenden Umrechnungsformel aus der Anleitung berechnen:

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos z - \cos\varphi\sin z\cos A$$

$$\Rightarrow \quad \left[\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos^2 A\right]\sin^2 z + \left[2\sin\delta\cos\varphi\cos A\right]\sin z + \sin^2\delta - \sin^2\varphi = 0$$

Mit der Polhöhe (Breitengrad) von Garching $\varphi = b = 48,2°$ erhält man für die Zenitdistanz z der Sonne und die zugehörige Höhe h folgende Werte:

$$z = 69,7° \quad \Rightarrow \quad h = 90° - z = 20,3°$$

(Die zweite Lösung $z_2 = -28,9°$ der obigen quadratischen Gleichung trifft auf unseren Fall nicht zu.)

2.2.2 Zeitpunkt des Sonnendurchgangs

Um den Stundenwinkel t der Sonne für die gegebenen Werte zu berechnen, benutzen wir folgene Formel aus der Anleitung:

$$\cos\delta\sin t = \sin z\sin A$$

Daraus erhält man $t = 154° = 1:01$. An heutigen Tag (21.01.2000) entspricht der Sternzeit $\vartheta_0 = 3:48$ die Ortszeit $T_0 = 20:00$ MEZ und die Rektazension der Sonne ist $\alpha = 20:09$. Somit erhält man für die Sternzeit der Sonnendurchgangs $\vartheta = \alpha + t = 21:10$ und die zugehörige Ortzeit T beträgt

$$T = (\vartheta - \vartheta_0 + T_0) \bmod 24:00 = 13:22 \text{ MEZ}$$

2.3 Leistung des Meteosat

2.3.1 Spannung am Ausgang der Antenne

Wenn an der Antenne eine Spannung U_{ein} anliegt, wird an der Feldstärke-Relativanzeige ein (relativer) Ausschlag X angezeigt. Um die zugehörige Spannung U_{aus} am Frequenzumsetzer zu erhalten, wird über eine Generatorschaltung ein Spannungssignal $U_2 = 1\,\mathrm{V}$ (20 mW) erzeugt. Über eine variabel einstellbare Dämpfung D_v kann dieses Signal so gedämpft werden, daß es an der Relativanzeige den gleichen Ausschlag X erzeugt wie die Antenne.
Für die Gesamtdämpfung D_2 der Generatorschaltung erhält man:

$$D_2 = \underbrace{-48,2\,\mathrm{dB}}_{\text{fest}} + \underbrace{-41,2\,\mathrm{dB}}_{D_v,\,\text{variabel}} + \underbrace{-0,5\,\mathrm{dB}}_{\text{Kabel}} = -89,9\,\mathrm{dB}$$

Und die Spannung U_{aus} ergibt sich aus

$$D_2 = 20\log\frac{U_2}{U_{aus}} \quad \Rightarrow \quad U_{aus} = 32,0\,\mu\mathrm{V}$$

Berechnung der Gesamtverstärkung/-dämpfung D_1 von der Antenne zum Frequenzumsetzer:

$$D_1 = (-0,1 - 0,2 + 18,2 + 22,5 - 3,8 - 3,1 - 1,3)\ \mathrm{dB} = 32,2\,\mathrm{dB}$$

Daraus erhält man die Spannung an der Antenne U_{ein}:

$$D_1 = 20\log\frac{U_{aus}}{U_{ein}} \quad \Rightarrow \quad U_{ein} = 0,79\,\mu\mathrm{V}$$

2.3.2 Leistung des Meteosat

Die gemessene Leistung P_1 des Satellitensignals, welches die Spannung U_{ein} an der Antenne erzeugt beträgt somit

$$P_1 = \frac{U_{ein}^2}{(R = 50\,\Omega)} = 1,25 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$$

Der betrachtete Meteosat strahlt seine gesamte Leistung P_M in etwa auf ein Quadrat ab, dessen Kantenlänge der Erddurchmesser ($d_E = 1,28 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$) ist. Dagegen hat unsere Antenne nur die effektive Fläche $A_{eff} = 0,55 \cdot (1,75\,\mathrm{m})^2\pi/4 = 1,32\,\mathrm{m}^2$ und somit erhält man für Gesamtleistung P_M des Meteosat näherungweise

$$P_M = P_1\frac{d_E^2}{A_{eff}} = 1,5\,\mathrm{W}$$

2.4 Fluß der Sonne

2.4.1 Apparative Rauschtemperatur der Empfangsanlage

Die Eigentemperatur des Empfängers ist $T_E = 94\,\mathrm{K}$. Dies entspicht der Rauschzahl F:

$$F = 10\log\frac{290\,\mathrm{K} + T_E}{290\,\mathrm{K}} = 1,22\,\mathrm{dB}$$

Dazu kommt noch die Dämpfungsleistung $D_E = (0,1 + 0,2 + 0,2)\,\mathrm{dB} = 0,5\,\mathrm{dB}$ des Empfängers, sodaß man insgesamt die Rauschleistung $P_R = F + D_E = 1,72\,\mathrm{dB}$ erhält. Dies entspricht der Rauschtemperatur T_R:

$$P_R = 10\log\frac{290\,\mathrm{K} + T_R}{290\,\mathrm{K}} \quad\Rightarrow\quad T_R = 141,0\,\mathrm{K}$$

2.4.2 Temperatur des Himmels bei 21° Elevation

Aus dem Schreiberausdruck erhält man für diese Elevation ungefähr die Leistung $P_{21} = 1,6\,\mathrm{dB}$. Mit der Temperatur des kalten Himmels $T_{kH} = 37,3\,\mathrm{K}$ (siehe 2.5.1) erhält man die zu P_{21} gehörende Temperatur T_{21}:

$$P_{21} = 10\log\frac{T_R + T_{21}}{T_R + T_{kH}} \quad\Rightarrow\quad T_{21} = 116,7\,\mathrm{K}$$

2.4.3 Antennentemperatur beim Sonnendurchgang

Beim Sonnendurchgang (21° Elevation) vor der Antenne erhält man für das Maximum des Signalanstiegs am Schreiber etwa $P_A = 5\,\mathrm{dB}$ und für die zugehörige Antennentemperatur T_A ergibt sich

$$P_A = 10\log\frac{T_R + T_{21} + T_A}{T_R + T_{21}} \quad\Rightarrow\quad T_A = 557,2\,\mathrm{K}$$

2.4.4 Fluß der Sonne

Mit der Antennentemperatur $T_A = 557,2\,\mathrm{K}$ und der effektiven Antennenfläche $A_{eff} = 1,32\,\mathrm{m}^2$ läßt sich der Fluß S der Sonne berechnen:

$$S = 2\cdot\frac{k_B T_A}{A_{eff}} = 1,17\cdot 10^{-20}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2} = 1,17\cdot 10^{6}\,\mathrm{Jy}$$

Der Faktor 2 in der Formel berücksichtigt, daß wir nur in einer Polarisationsebene gemessen haben und so bei unpolarisierten Mikrowellen nur die halbe Leistung erhalten haben.

2.5 Antennentemperatur

2.5.1 Temperatur des kalten Himmels T_{kH}

Die Antennentemperatur bei 50° Elevation wird als Temperatur des kalten Himmels T_{kH} bezeichnet. Die Rauschtemperatur $T_R = 141{,}0\,\mathrm{K}$ der Empfängeranlage wurde bereits in 2.4.1 berechnet. Die Temperatur des Bodens $T_B = 277\,\mathrm{K}$ wurde mit einem Thermometer bestimmt. Der Boden verursacht einen Leistungsausschlag von etwa $P_B = 3{,}7\,\mathrm{dB}$ bzgl. des kalten Himmels ($P_{kH} = 0\,\mathrm{dB}$). Damit erhält man seine Temperatur T_{kH}:

$$P_B = 10 \log \frac{T_R + T_B}{T_R + T_{kH}} \quad \Rightarrow \quad T_{kH} = 37{,}3\,\mathrm{K}$$

2.5.2 Antennentemperatur

Der Leistungsanstieg P_ϕ zum Elevationswinkel ϕ wurde dem Schreiberausdruck entnommen. Die zur Leistung P_ϕ gehörende Antennentemperatur T_ϕ erhält man dann durch folgende Formel:

$$T_\phi = (T_R + T_{kH}) \cdot 10^{\left(\frac{P_\phi}{10}\right)} - T_R$$

Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengefaßt:

Elevation ϕ (°)	Leistung P_ϕ (dB)	Antennentemperatur T_ϕ (K)
Boden	3,7	277
10	3,2	232
20	1,8	129
21	1,6	117
30	0,2	46
40	0,1	41
50	0,0	37

2.6 Fluß der Milchstraße

Der Schreiberausdruck der Milchstraßenmessung stellt die gemessenen Spannungen des Meteosat und der Milchstaße (überlagert vom Meteosat) bei einer Elevation von $33{,}5°$ dar. Das Spannungsmaximum U_K, welches von der Milchstraße und Meteosat erzeugt wird, entspricht der kombinierten Leistung $P_K = P_{Mil}/2 + P_{Met}$ von einer Polarisationsrichtung der Milchstraße (Leistung beider Polarisationsrichtungen: P_{Mil}) und der des Meteosat (empfangene Leistung $P_{Met} = P_1 = 1{,}25 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$, siehe 2.3.2 auf Seite 7).
Die Spannungen U_K und $U_{aus} = 32\,\mu\mathrm{V}$ des Meteosat stellen am Schreiber das Auslenkungsverhältnis

$$V = \frac{U_K}{U_{aus}} = \frac{73,5}{55} = 1,336$$

dar, sodaß man $U_K = V \cdot U_{aus} = 43\,\mu\mathrm{V}$ erhält. Dies entspricht der Spannung $U_{K,Ant}$ an der Antenne:

$$D_1 = 20 \log \frac{U_K}{U_{K,Ant}} \quad \Rightarrow \quad U_{K,Ant} = 1,05\,\mu\mathrm{V}$$

Die zugehörige Leistung ist dann $P_K = U_{K,Ant}^2/(R = 50\,\Omega) = 2,21 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$, und man erhält für die gemessene Leistung der Milchstraße P_{Mil} folgendes:

$$P_{Mil} = 2 \cdot (P_{MM} - P_{Met}) = 1,91 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$$

Für die gemessene Frequenz $\nu = 1,7\,\mathrm{GHz}$ und die effektive Antennenfläche $A_{eff} = 1,32\,\mathrm{m}^2$ ergibt sich dann der Fluß S_{Mil} der Milchstraße:

$$S_{Mil} = \frac{P_{Mil}}{A_{eff} \cdot \nu} = 8,51 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{W} = 851\,\mathrm{Jy}$$

2.7 Öffnungswinkel des Teleskops

Zur Bestimmung des Öffnungswinkels θ des Telekops wird die am Schreiber abgelesene Durchgangszeit $t_1 = 1:02\,\mathrm{h}$ der Sonne betrachtet und man erhält, wenn man den Winkeldurchmesser $\theta_S \approx 0,5^\circ$ der Sonne berücksichtigt:

$$\theta = \frac{1:02\,\mathrm{h}}{24\,\mathrm{h}} 360^\circ - \underbrace{0,5^\circ}_{\theta_S} = 15,0^\circ$$

Der Leistungsausschlag $P_{1/2}$, bei dem die gemessene Leistung beim Sonnendurchgang die Hälfte des Maximums $P_A = 5\,\mathrm{dB}$ ist, erhält man, indem die Antennnentemperatur $T_A = 557,2\,\mathrm{K}$ halbiert wird:

$$P_{1/2} = 10 \log \frac{T_R + T_{21} + T_a/2}{T_R + T_{21}} = 3,2\,\mathrm{dB}$$

Die Zeitdauer t_2 zwischen Punkten der halben Leistung $P_{1/2}$ beträgt etwa $t_2 = 26\,\mathrm{min}$. Das entspricht dem Winkel $\theta_{1/2}$:

$$\theta_{1/2} = \frac{26\,\mathrm{min}}{24\,\mathrm{h}} \cdot 360^\circ = 6,5^\circ$$

Zum Vergleich wird die Keulenbreite $2\rho_{1/2}$ berechnet. Der Antennendurchmesser beträgt $d = 1,75\,\mathrm{m}$ und wir messen auf der Wellenlänge $\lambda = 17,6\,\mathrm{cm}$. Schließlich erhält man

$$2\rho_{1/2} = 59^\circ \cdot \frac{\lambda}{d} = 5,9^\circ$$

2.8 Strahlungstemperatur der Sonne

Der Bruchteil x der Sonne vom Raumwinkel der Telekops beträgt

$$x = \frac{\theta_S^2}{\theta^2} = \frac{1}{900}$$

Dabei ist $\theta_S = 0,5^\circ$ der Winkeldurchmesser der Sonne und $\theta = 15^\circ$ der Öffnungswinkel des Teleskops. Wir haben also mit $T_A = 557,2\,\mathrm{K}$ nur den Bruchteil x der Strahlungstemperatur T_S der Sonne erhalten. Damit läßt sich T_S für die beobachtete Frequenz $\nu = 1,7\,\mathrm{GHz}$ berechnen:

$$T_S = \frac{T_A}{x} = 900 \cdot T_A = 501480\,\mathrm{K}$$

Diese Temperatur bezieht sich u.a. auf folgende Effekte in der Sonne: Schwarzkörperstrahlung, Bremsstrahlung, H-Spin-Umkehr (21 cm-Strahlung) und Maserstrahlung.