Ausarbeitung zum Versuch
Messung der Lebensdauer angeregter Kernzustände durch γ-γ-Koinzidenzen

Stephan Gröger (1842863), Gerd Petzoldt (1844106)
Physikalisches F-Praktikum, Gruppe 111

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Bemerkungen zu den physikalischen Prinzipien **3**
2.1 Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit Materie 3
2.1.1 Photoeffekt 3
2.1.2 Comptoneffekt 3
2.1.3 Paarbildung 3
2.2 Szintillationszähler 4
2.3 Photomultiplier 4

3 Versuchsaufbau **5**

4 Versuchsdurchführung und -auswertung **6**
4.1 Energieeichung der Detektoren und Aktivitätsbestimmung der Präperate 6
4.2 Zeitmessungen 8
4.2.1 Zeiteichung 8
4.2.2 Bestimmung der Signallaufzeit in einem BNC-Kabel 8
4.2.3 Zeitauflösung 9
4.2.4 Messung der Lichtgeschwindigkeit 9
4.2.5 Messung der Lebensdauer des angeregten Zustandes 10

5 Fragen **13**

1 Einleitung

Instabile Atomkerne verändern sich (z.B. zerfallen) durch Emission verschiedener Arten radioaktiver Strahlung:

- α-Strahlung: Helium-Kerne
- β-Strahlung: Elektronen bzw. Positronen
- γ-Strahlung: elektromagnetische Strahlung
- Neutronen

Dabei entstehen neue Kerne, die zumeist angeregt und teilweise ebenfalls instabil sind. Die angeregten Tochterkerne gehen durch Aussendung elektromagnetischer Strahlung in ihren Grundzustand über. Dabei durchläuft der Kern normalerweise charakteristische energetische Zwischenzustände, die unterschiedlich stabil sind und damit verschiedene Lebensdauern haben.
Um solche Eigenschaften erklären zu können, hat man verschiedene Modellvorstellungen des Kernes und seines Verhaltens entwickelt: Die Zwischenzustände können einerseits auf harmonische Oberflächenschwingungen auf dem Kern wie auf einer Kugel (vergleichbar mit Oberflächenwellen auf Regentropfen) zurückgeführt werden und andererseits auf Rotationsanregungen des Kernes. Bei den Schwingenen handelt es sich um Multipolschwingungen, daher hat die ausgesendete Strahlung ebenfalls Multipolcharakter; sie ist nicht notwendigerweise Dipolstrahlung und kann sowohl elektrischer als auch magnetischer Natur sein (hierin unterscheiden sich Kerne von angeregten Atomen, welche unter Laborbedingungen nur elektrische Dipolstrahlung aussenden). Bezeichnet werden die Multipolübergänge mit E1, E2, E3 usw. für elektrische Dipol-, Quadrupol-, Oktupolstrahlung und M1, M2, M3, usw. für die magnetischen Pendants.
Ohne näher auf die Theorie einzugehen, ergibt die recht schwierige quantenmechanische Behandlung, daß der Übergang des Kernes vom Anfangs- zum Endzustand unter Emission eines Photons mit dem ganzzahligen Drehimpuls $\vec{L} = \vec{I} - \vec{I}'$ (in Einheiten von $\hbar$) verbunden ist. L = $|\vec{L}|$ ist die Multipolordnung des Übergangs. Aus dem Drehimpulserhaltungssatz folgen damit die möglichen Multipolübergänge. Berücksichtigt man zusätzlich noch die Paritätserhaltung in der starken und der elektromagnetischen Wechselwirkung, so verringert sich die Anzahl der möglichen Übergänge noch. Die aus den Erhaltungssätzen folgenden Auswahlregeln kann man der einschlägigen Literatur (z.B. [3]) entnehmen.
Im vorliegenden Versuch sollte die Lebensdauer des $\frac{5}{2}^{+}$-Zustandes von ^{181}Ta bei 482 keV mit Hilfe von Koinzidenzmessungen bestimmt werden. Dabei werden zwei γ-Quanten, nämlich dasjenige, das bei dem Übergang, der zur Bevölkerung des Zustandes führt (Übergang von $\frac{1}{2}^{+}$ mit 133 keV zu 100%), und das, das entsprechend bei einem Entvölkerungsübergang ausgesendet wird (hier bietet sich

der Übergang in den Grundzustand bei 482 keV zu 85% an), in 2 Detektoren gemessen und in einer Schaltung zeitlich korreliert.
Daneben bot die Konizidenzmessung noch die Möglichkeit, die Geschwindigkeit des Lichts in Luft und die Signallaufzeit in einem BNC-Kabel zu messen.

2 Bemerkungen zu den physikalischen Prinzipien

2.1 Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit Materie

Treffen γ-Quanten mit bestimmter Energie auf Materie, so können sie mit Kernen und den Elektronen der Atomhülle wechselwirken. Die wichtigsten, weil häufigsten Effekte sind Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarbildung.

2.1.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt wird ein Quant vollständig absorbiert. Seine gesamte Energie wird auf ein Hüllenelektron übertragen, so daß das Elektron in das Kontinuum "gehoben" wird. Unter Berücksichtigung von Energie- und Impulserhaltung ergibt sich, daß der Kern Impuls aufnehmen muß. Dies kann er umso leichter tun, je stärker das Elektron gebunden ist, woraus sich eine starke Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von der Kernladungszahl ($Z^{4...5}$) ergibt.

2.1.2 Comptoneffekt

Als Comptoneffekt bezeichnet man die inelastische Streuung von γ-Quanten an (quasi-)freien Elektronen, d.h. die Energie des Quants ist groß gegen die Bindungsenergie des Elektrons. Im Gegensatz zum Photoeffekt bleibt das Quant erhalten, verliert jedoch Energie. Aus Energie- und Impulssatz folgt:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\vartheta)}$$

Dabei bezeichnen E_γ die Energie des Quants vor und E'_γ die Energie des Quants nach dem Stoß. ϑ ist der Streuwinkel des Quants.
Der Wirkungsquerschnitt ist linear von Z abhängig.

2.1.3 Paarbildung

Ist $E_\gamma > 2m_e c^2 = 1{,}022$ MeV, so kann das Quant ein e^+-e^--Paar erzeugen, wobei aus Gründen der Energie- und Impulserhaltung wiederum ein Stoßpartner, z.B. ein Kern, vorhanden sein muß, um Impuls aufzunehmen. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu Z^2.

Bei niedrigen Energien des Quants (wie den im Versuch vorliegenden) findet vorwiegend Phtoeffekt statt, Comptoneffekt überwiegt im Bereich von ca. 1-5 MeV. Bei hohen Energien (>10 Mev) wird der Gesamtwirkungsquerschnitt von der Paarbildung dominiert.

2.2 Szintillationszähler

Ein (anorganischer) Szintillationszähler besteht aus einem Kristall (z.B. NaI(Tl), LiI(Eu)), in dem beim Durchgang von ionisierender Strahlung die Gitteratome angeregt werden. Diese Anregungsenergie kann in Form von Lichtquanten (Szintillationen) wieder abgegeben werden, wenn die Elektronen in tiefere Energiezustände zurückfallen. Um diese Lichtblitze zur Messung von Strahlung zu benutzen, muß das verwendete Material einige wichtige Voraussetzungen erfüllen: Es muß möglichst viel Strahlungsenergie absorbieren und in Licht umsetzten und für dieses wiederum sehr transparent sein. Weiterhin sollte auch die Dauer eines Nachweispulses möglichst kurz sein.
Werden nun Elektronen durch einfallende Strahlung angeregt, und würden diese wieder in ihren Grundzustand zurückfallen, so würde ein Photon emittiert, das genau die zu einer weiteren Anregung nötige Absorptionsenergie besitzt. Dieses Photon würde natürlich sofort wieder absorbiert werden, in dem es ein weiteres Atom anregt. Der Kristall ist also für Photonen dieser Energie nicht durchlässig. Aus diesem Grund werden sogenannte Aktivatoren in den Kristall eingebaut (Dotieren des Kristalls, z.B. Tl bei NaI). Dies sind Störstellen, die ein oder mehrere Elektronen in lokalisierten Quantenzuständen aufnehmen können, welche energetisch niedriger liegen als die der Kristallatome. Erst wenn diese Störstellen also angeregt werden und sich wieder abregen, ist der Kristall für das dann emittierte Licht durchlässig.
Szintillationszähler zeichnen sich durch sehr schnelle Antwortzeiten aus und sind deshalb recht geeignet zur Messung von Ereignissen, die im Nanosekundenbereich stattfinden.

2.3 Photomultiplier

Trifft ein Elektron aus dem Vakuum auf eine Metalloberfläche, so kann es, falls seine Energie größer ist als die Austrittsenergie eines Elektrons im Metall, ein Elektron aus dem Metall "herausschlagen". Bringt man das Metall auf ein hohes negatives elektrisches Potential im Vergleich zu seiner Umgebung, so wird die Austrittsenergie der Elektronen aus dem Metall zusätzlich erniedrigt, so daß ein einfallendes Elektron mehrere Elektronen aus dem Metall freisetzen kann. Dieses Prinzip macht man sich beim sog. Sekundärelektronenvervielfacher oder Photomultiplier zu Nutze.
Im Szintillationszähler entstehen, wie oben beschrieben, Lichtblitze; diese verur-

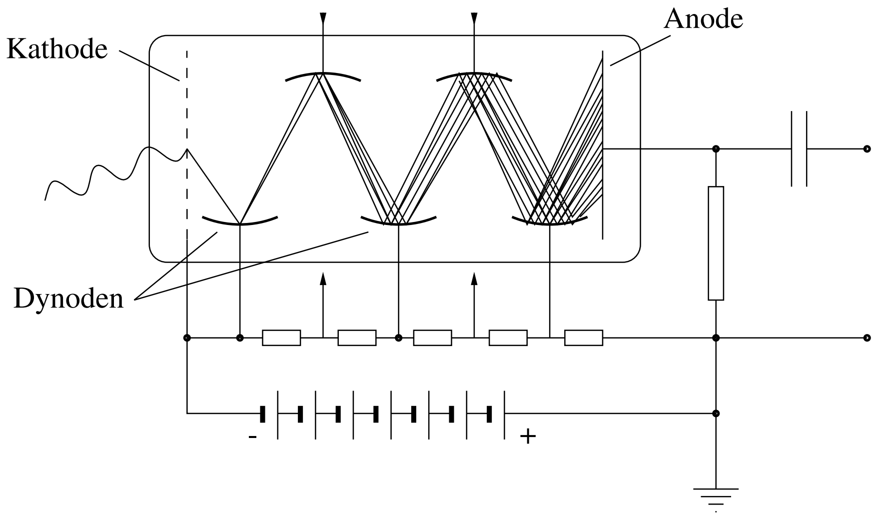

Abbildung 1: Photomultiplier

sachen an der Kathode photoelektrische Effekte. Zwischen den sog. Dynoden sind Spannungsteiler geschaltet, die dafür sorgen, daß die an den Dynoden anliegende Spannung von der Kathode zur Anode hin sukzessive steigt. Die Photoelektronen werden so um einen Faktor $10^6 - 10^8$ verstärkt und einer Zählvorrichtung zugeführt.

3 Versuchsaufbau

Im Prinzip benötigt man für Koinzidenzmessungen zwei Detektoren (in unserem Fall Szintilationszähler), die um die Quelle herum angeordnet sind. Durch einen Zeitmesskreis kann das Zeitintervall zwischen den zu messenden Ereignissen bestimmt werden, und durch einen Energiekreis ist es möglich, ein sog. “Energiefenster” einzurichten, so daß nur Ereignisse im Vielkanalanalysator registriert werden, die bestimmten, vorgegebenen Energiebedingungen genügen. Detaillierte Schaltpläne für die einzelnen Messungen sind der Praktikumsanleitung zu entnehmen.

4 Versuchsdurchführung und -auswertung

4.1 Energieeichung der Detektoren und Aktivitätsbestimmung der Präperate

Zur Energieeichung der Detektoren wurden zwei verschiedene Linien mit bekannter Energie verwendet: die 511 keV-Linie von ^{22}Na (ein β^+-Strahler) und die 122 keV-Linie von ^{57}Co. Anschließend nahmen wir das Spektrum von ^{181}Hf auf und fanden Linien bei ca. 54, 133, 350 und 482 keV.
Im Eichspektrum läßt sich zwischen ca. 200 und 300 keV das Comptonkontinuum und die dazugehörige Kante des 511 keV Peaks erkennen.
Die Linie bei 54 keV im Hafnium-Spektrum kommt durch das Isotopengemisch der Quelle zustande. Sie enthält außer ^{181}Hf unter anderem auch ^{180m}Hf, das ebenso wie ^{181}Hf durch Neutroneneinfang produziert wird. Dieses zerfällt in ^{180}Ta, in dessen Spektrum eine Linie bei 54,6 keV vorkommt.(Quelle: [2])
Um die Aktivität der Probe zu bestimmen berechneten wir zunächst aus den ge-

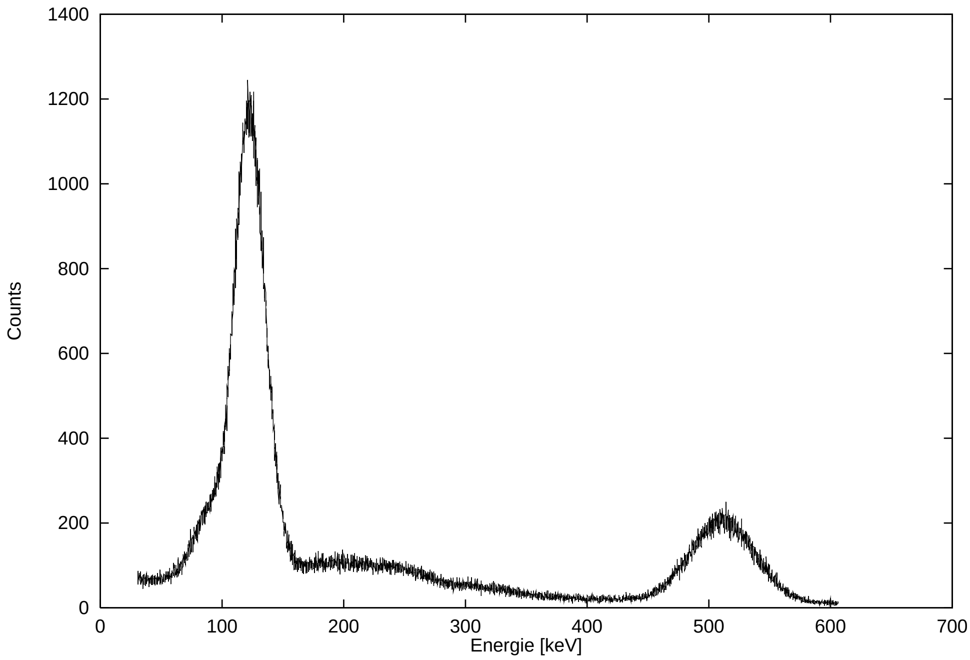

Abbildung 2: Eichspektrum mit den Linien bei 122,1 und 511 keV

gebenen Werten von ^{22}Na und ^{57}Co die jeweiligen Aktivitäten zum Zeitpunkt der Messung (1,116 kBq für ^{22}Na und 103,418 kBq für ^{57}Co). Dabei multiplizierten wir im Falle von Cobalt die angegebene Aktivität mit der Übergangswahrscheinlichkeit der 122,5 keV-Linie (89%). Aus den daraus folgenden theoretischen und

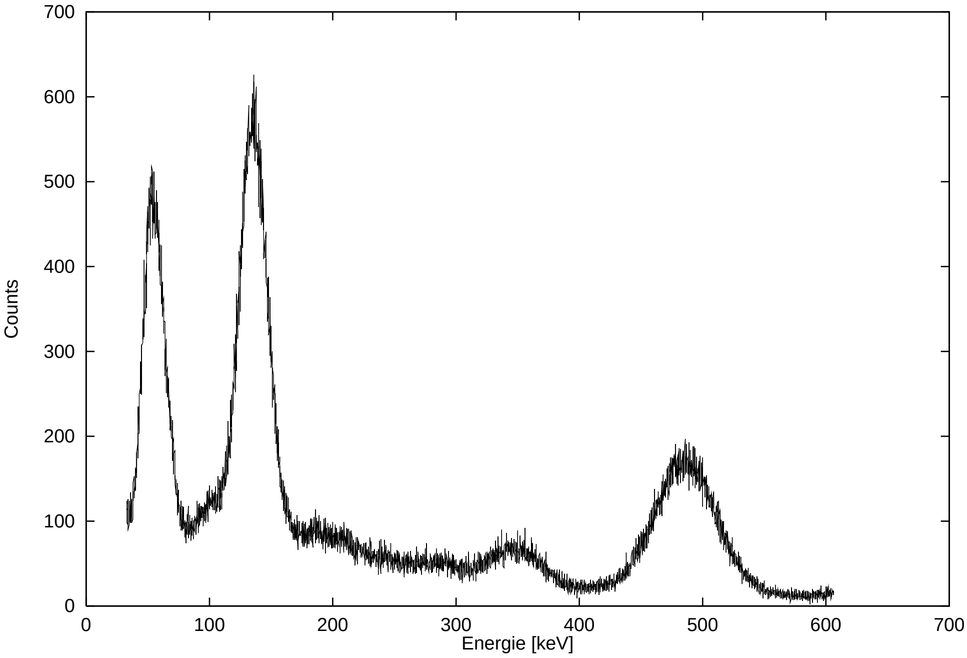

Abbildung 3: Spektrum der Hafnium-Probe

den tatsächlich gemessenen Zählraten konnten wir die Effizienz des Detektors bei diesen beiden Energien berechnen. Wir nahmen dann eine lineare Abhängigkeit der Effizienz von der Energie an (Fit: $\epsilon(E) = -2,94012 \cdot 10^{-5} \cdot E + 0,232184$) und erhielten so die Effizienz des Detektors für die 133 keV-Linie von ^{181}Ta. Mit

$$A = \frac{N}{t \cdot \epsilon}$$

(N Anzahl der gemessenen Zerfälle) ergibt sich eine Aktivität von 2,7 kBq.
Zum Vergleich bestimmten wir noch die Aktivitäten unserer Körper; diese rühren hauptsächlich vom Zerfall von ^{14}C und ^{40}K her, welche im natürlichen Isotopenverhältnis im Körper vorkommen. Das Verhältnis $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ beträgt $1,5 \cdot 10^{-12}$, das Verhältnis $\frac{^{40}K}{^{39}K}$ ist $1,17 \cdot 10^{-4}$. Die Halbwertszeiten der beiden Isotope sind $\tau_{^{14}C} = 5715a$ und $\tau_{^{40}K} = 1,277 \cdot 10^{9}a$. Die Masse von Kohlenstoff und Kalium in unseren Körpern entnahmen wir [1].
Damit erhielten wir die Werte, die in Tabelle 1 wiedergegeben sind.

	Stephan	Gerd
m(C) [kg]	16,33	15,41
m(K) [kg]	0,142	0,134
m(^{14}C) [kg]	$2,4495 \cdot 10^{-11}$	$2,3115 \cdot 10^{-11}$
m(^{40}K) [kg]	$1,6614 \cdot 10^{-5}$	$1,5678 \cdot 10^{-5}$
N(^{14}C)	$1,05 \cdot 10^{15}$	$9,94 \cdot 10^{14}$
N(^{40}K)	$2,5 \cdot 10^{20}$	$2,36 \cdot 10^{20}$
A(^{14}C) [Bq]	4025	3810
A(^{40}K) [Bq]	4300	4059
Aktivität gesamt [Bq]	8325	7869

Tabelle 1: Aktivität beim Menschen

4.2 Zeitmessungen

4.2.1 Zeiteichung

Für die Zeiteichung mit der ^{22}Na-Quelle stellten wir zwischen Start- und Stopsignal eine Verzögerung von 40 bzw. 80ns ein, wobei beide Signale durch dasselbe Ereignis in nur *einem* Detektor ausgelöst wurden. Das Spektrum, das durch Überlagerung der beinen Einzelmessungen entstand, ist Abb. 4 zu entnehmen. Dabei fällt auf, daß die Signalpeaks weder Linien noch normalverteilt (gaußförmig) sind, was wohl an der Elektronik zu liegen scheint.
Für alle folgenden Messungen stellten wir im Stopsignalweg eine Verzögerung von 40ns ein. So konnte nämlich sichergestellt werden, daß das Stopsignal auf jeden Fall später als das Startsignal registriert wurde, selbst wenn (z.B. auf Grund einer kürzeren Laufzeit im Szintillator) das Stopsignal vor dem Startsignal bei der Elektronik eingetroffen sein sollte.

4.2.2 Bestimmung der Signallaufzeit in einem BNC-Kabel

Sollte die Signallaufzeit in den BNC-Kabeln nicht vernachlässigbar klein gegen die Lebensdaur des angeregten Zustandes sein, so können große Längenunterschiede der an beiden Eingängen angeschlossenen Leiter zu signifikanten Verfälschungen der Ergebnisse führen, auf die dann natürlich korrigiert werden muß. Um dies zu überprüfen, schlossen wir in der Delayschaltung aus Abschnitt 4.2.1 zusätzlich vor dem Stopeingang ein $(305,6 \pm 0,5)$cm[1] langes Kabel an. Dadurch ergab sich eine Verschiebung des 40ns-Peaks auf 55,8ns, d.h. das Signal pflanzt sich mit einer Geschwindigkeit von $(1,934 \pm 0,003) \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ fort, also ungefähr 0,65c. Da

[1]Der Fehler in dieser und in allen weiteren Längenangaben ist eine von uns angenommene Ableseungenauigkeit beim Anlegen des Meterstabs

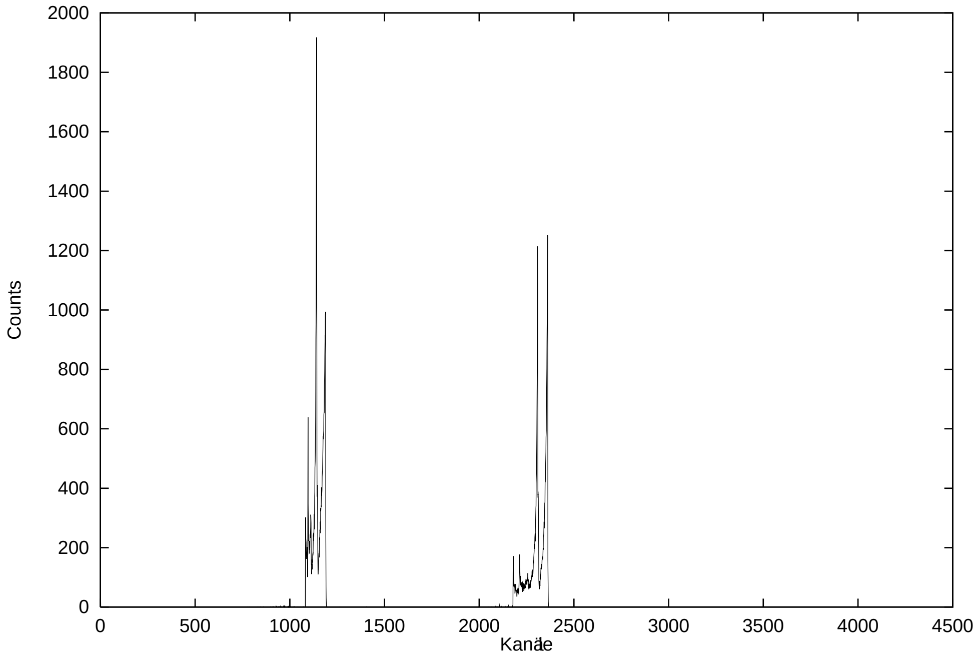

Abbildung 4: Zeiteichung

die Lebensdauer des zu messenden Zustandes ca. 10,8ns beträgt, hätte sich die Wahl verschieden langer Kabel in den beiden Signalwegen durchaus bemerkbar gemacht.

4.2.3 Zeitauflösung

Um die Zeitauflösung des Doppeldetektorsystems zu bestimmen, verwendeten wir wiederum die ^{22}Na-Quelle, positioniert in gleichem Abstand zu den beiden Detektoren. Das Spektrum ist in Abb. 5 dargestellt. Die eingezeichnete FWHM stellt ein Maß für das zeitliche Auflösungsvermögen dar. Sie liegt im Bereich von 6ns.

4.2.4 Messung der Lichtgeschwindigkeit

Um die Lichtgeschwindigkeit zu messen, verwendeten wir denselben Aufbau wie in Abschnit 4.2.3, nur daß die Detektoren in maximalem Abstand ($(59,2 \pm 0,5)$cm) eingerichtet waren und die ^{22}Na-Probe unmittelbar vor dem Stopdetektor angebracht war. Das hatte (wie in Abb. 6 ersichtlich) zur Folge, daß die Anzahl der gemessenen Ereignisse pro Zeit wegen des geringeren Raumwinkelanteils des Startdetektors erheblich niedriger lag und der nun gemessene Peak nach links

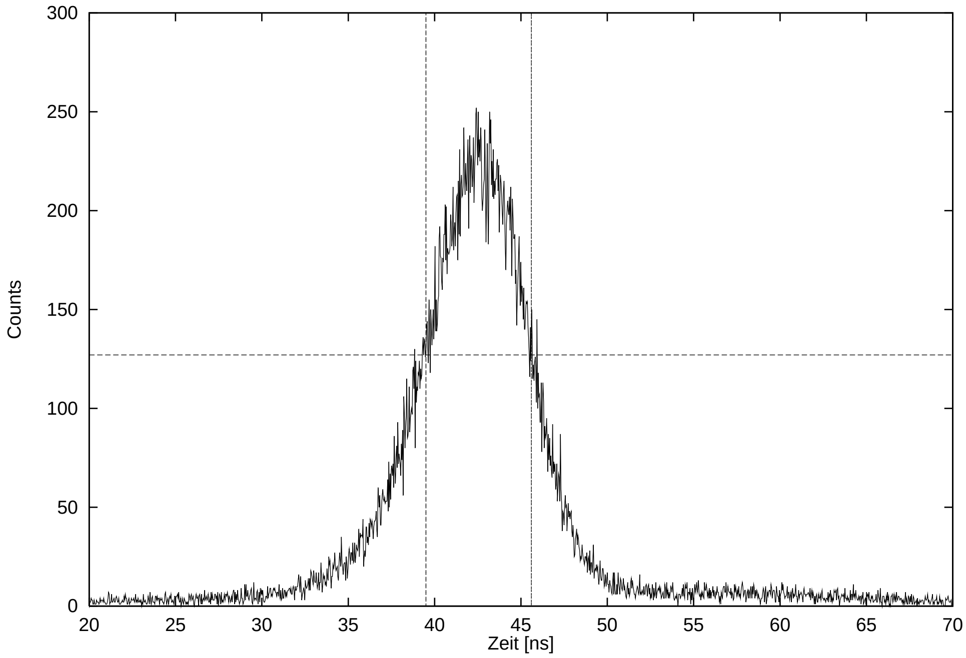

Abbildung 5: Messung zur Zeitauflösung des Systems

verschoben wurde. Aus dieser Verschiebung, die $(1,9 \pm 0,1)$ns beträgt, errechnet sich dann für die Lichtgeschwindigkeit ein Wert von c=$(3,12 \pm 0,17) \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

4.2.5 Messung der Lebensdauer des angeregten Zustandes

Der Versuchsaufbau für die Messung der Lebensdauer des $\frac{5}{2}^+$-Zustandes entspricht dem in Abschnitt 4.2.3; zusätzlich wurde der Diskriminator, der an den Startdetektor angeschlossen war, auf einen schmalen Energiebereich um 486 keV, der hinter den Stopdetektor geschaltete Diskriminator auf einen Bereich um 133 keV eingestellt. Das aufgenommene Spektrum ist auf den Abbildungen 7 und 8 wiedergegeben. Man erkennt deutlich zunächst einen exponentiellen Anstieg der Zählrate bis zu einem Maximum, danach einen exponentiellen Abfall. Der exponentielle Anstieg rührt von der Tatsache her, daß durch Laufzeitunterschiede vor und in den Detektoren das Stop- früher als das entsprechende Startquant registriert werden kann (dieser Anstieg ist natürlich wesentlich steiler als der Abfall, da dieser Prozeß bei größeren Zeitunterschieden extrem unwahrscheinlich wird). Die Bestimmung der Lebensdauer τ führten wir als Berechnung des Erwartungswertes der Zeit τ' durch, d.h.

$$\tau' = \frac{\int t \cdot f(t)\ dt}{\int f(t)\ dt} \tag{1}$$

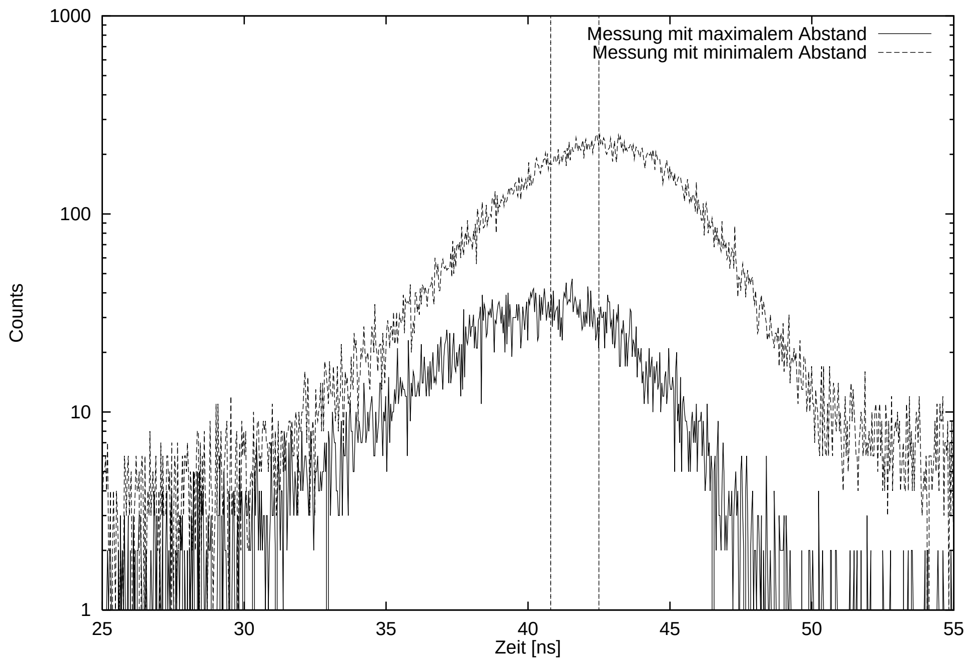

Abbildung 6: Messung der Lichtgeschwindigkeit

wie aus der statistischen Physik bekannt.
f(t), die Verteilungsfunktion der Zeit, besteht aus drei Teilen: Der ansteigenden und der abfallenden Exponentialfunktion, sowie einer linearen Funktion, die den Untergrund darstellt (siehe Abbildung 7).

$$f(t) = e^{a \cdot t + b} \; + \; e^{c \cdot t + d} \; - \; p \cdot t + q$$

Die Parameter erhielten wir durch Fitten der relevanten Bereiche des Spektrums mit dem Programm "gnuplot". Sie können Tabelle 2 entnommen werden.
Die Unsicherheit der Parameter ist praktisch vernachlässigbar; zwar liegt sie bei

a	b	c	d	p	q
0,0993462	0,0027054	-0,0623049	7,6678	-0,0641	7,2676

Tabelle 2: Fitparameter von f(t)

b um eine Größenordnung höher als der Wert selber, die Auswirkungen auf den Fehler des Endergebnisses sind jedoch im Vergleich zur Ableseungenauigkeit der Zeit nicht maßgeblich.
Die Auswertung von Gleichung 1 ergibt folgenden Wert:

$$\tau' = 52,43ns$$

Daraus folgt

$$\tau = \tau` - 40ns = 12,43ns$$

Eine exakte Fehlerrechnung, die sämtliche Ungenauigkeiten berücksichtigt, wäre extrem aufwendig und wurde daher nicht durchgeführt. Vielmehr schätzen wir, daß durch unsere Ablesefehler für die Integrationsgrenzen die größte Unsicherheit ensteht (auch aufgrund der im Vergleich zur Lebensdauer relativ schlechten Zeitauflösung), und daß diese mindestens im Bereich von ± 2ns liegt. Damit würde das Ergebnis in guter Übereinstimmung mit dem Literaturwert von 10,8ns liegen.

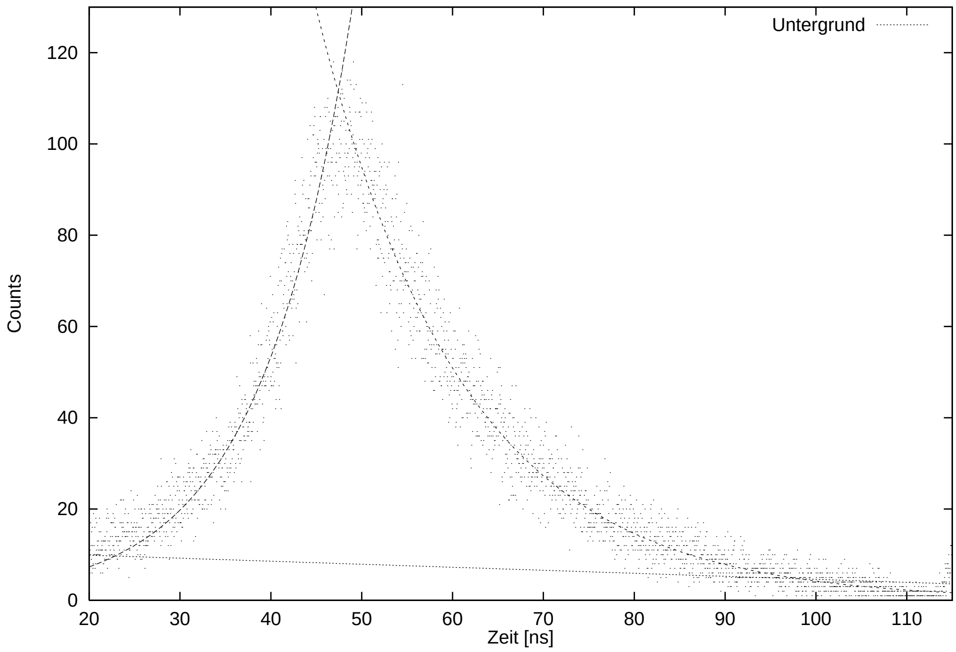

Abbildung 7: Messung zur Lebenszeit

Die Wahrscheinlichkeit für eine zufällige Koinzidenz, also den Untergrund, ergibt sich aus dem Verhältnis

$$\frac{\int (p \cdot t + q)\ dt}{\int (e^{a \cdot t + b} + e^{c \cdot t + d})\ dt}$$

d.h. der Fläche unter der Untergrundgeraden zur Gesamtfläche. Damit ist die Wahrscheinlichkeit für zufällige Koinzidenz 19,8%.

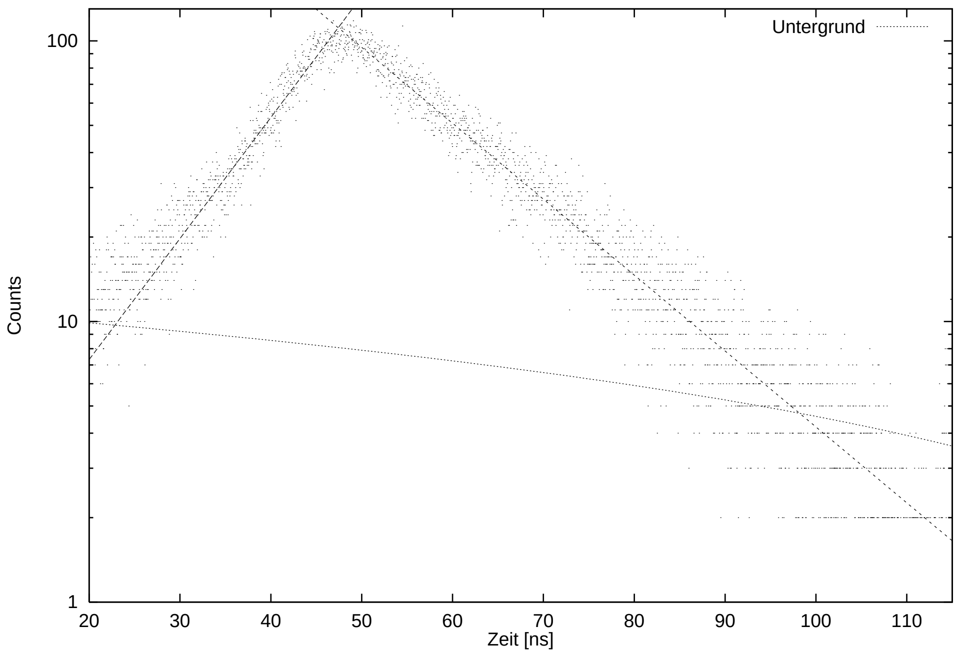

Abbildung 8: Messung zur Lebenszeit (logarithmische Skala)

5 Fragen

- Die gestörte Winkelkorrelation, die durch Wechselwirkung von elektrischen Feldgradienten (Ladungsanisotropie im Kern) und magnetische Hyperfeinfelder zustande kommt, bewirkt eine Anisotropie der Abstrahlrichtung der Quanten. Dies kann im vorliegenden Versuch allerdings vernachlässigt werden, da wir für die Messung pro Detektor einen Raumwinkel von 2π abdecken, und die Laufzeit zum Detektor vernachlässigbar klein ist.

- Eine Winkelkorrelation rührt vom Drehimpulserhaltungssatz her, da der Kern bei Emission des ersten Quants Drehimpuls aufnehmen und diesen bei Emission des zweiten Quants wieder abgeben muß.

- Beispiele für alternative Meßmethoden für angeregte Kernzustände sind z.B. (siehe auch [3]):

  – Rückstoßmethode, geeignet für Lebensdauern im Bereich von $5 \cdot 10^{-12}$ bis 10^{-8}s: angeregte Rückstoßkerne fliegen über eine festgelegte Strecke x und werden dann abrupt abgebremst; Emissionslinien im Flug sind gegen Linien in Ruhe dopplerverschoben, das Verhältnis der Intensitäten läßt Rückschlüsse auf die Lebensdauer zu.

  – Abbremsmethode, 10^{-14} bis 10^{-12}s: Wie die Rückstoßmethode, nur werden die Kerne unmittelbar nach Emission abgebremst. Man erhält also eine Serie von dopplerverschobenen Linien; aus der intensivsten Linie erhält man (über die Geschwindigkeit des Kerns und bekannten Abbremsprozeß) die Lebensdauer.

- Die Statistik der Messung ließe sich verbessern indem man den abgedeckten Raumwinkel vergrößert. Momentan steht für jede Linie ein Raumwinkel von 2π zur Verfügung. Da die Detektoren aber alle Quanten registrieren, müßte man die Elektronik so verändern, daß die Daten *beider* Detektoren für die Auswertung als Start- und Stopsignal zur Verfügung stehen.

- Der Versuch hat uns gut gefallen, da er Platz für eigene Expermente läßt, und die Studenten nach einer Vorbesprechung zu den jeweiligen Versuchsschritten den Versuch größtenteils alleine durchführen.

Literatur

[1] WebElements — http://www.shef.ac.uk/chemistry/web-elements/

[2] Decay Data Search — http://nucleardata.nuclear.lu.se/database/nudat/

[3] Bergmann-Schäfer — *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 4: Teilchen.* de Gruyter, 1992

[4] Gerthsen, Vogel — *Physik*, 17. Auflage, Springer Verlag, 1993